

Modelización, Computación y Calibración Macroeconómica

José L. Torres

Universidad de Málaga

Huelva, 8 de Julio 2024

José L. Torres

Departamento de Teoría e Historia Económica
Universidad de Málaga

Contacto (E-mail)

jtorres@uma.es

- 1 Sesión I (8 de julio): Introducción a los modelos de Equilibrio General Dinámico Estocástico (DSGE)
- 2 Sesión II (10 de julio): El modelo RBC (Real Business Cycle)
- 3 Sesión III (12 de julio): Solución numérica de los modelos DSGE
- 4 Sesión VI (15 de julio): Calibración y estimación
- 5 Sesión V (17 de julio): El preprocesador Dynare

- 1 Introducción a la Macroeconomía Dinámica
- 2 Modelos macroeconómicos
- 3 Una breve introducción a la modelización DSGE

1. Introducción a la Macroeconomía: Modelización

- Análisis Macroeconómico actual: Basado fundamentalmente en el uso de técnicas computacionales.
 - Necesidad de resolución numérica
 - Necesidad de métodos numéricos
 - Necesidad de ordenadores
 - Necesidad de lenguajes de computación o paquetes informáticos

1. Introducción a la Macroeconomía: Modelización

- Esto ya lo avanzó Lucas (1980), al decir que el trabajo de un macroeconomista debería consistir en "... to write a FORTRAN program that will accept specific economic policy rules as inputs and will generate as output statistics describing the operating characteristics of times series which are predicted to results from these policies."¹

¹Lucas, R. E. (1980). Methods and Problem in Business Cycle Theory. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 12(4): 696–715.

1. Introducción a la Macroeconomía

- Diferentes enfoques de análisis macroeconómico:

Modelos CGE (Computable General Equilibrium)

También denominados AGE (Applied General Equilibrium).

Modelos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium)

Pueden ser estocásticos o deterministas.

ABM (Agent-Based Models)

Racionalidad limitada, aprendizaje, reproducción, etc.

Comparativa: Supuestos teóricos

- Modelos CGE: Inicialmente neoclásico. Funciones de producción CES con consumos intermedios. Consumidores optimizadores. Empresas minimizadoras de costes. Posteriormente introducción de condiciones de no vaciado de mercados (por ejemplo, desempleo) y competencia monopolítica.
- Modelos DSGE: Inicialmente neoclásico. Posteriormente desarrollo de modelos Nuevo Keynesianos: Competencia monopolítica, ajustes nominales y reales, mercados financieros imperfectos, etc.
- Modelos ABM: Se desvía del supuesto de agente racional optimizador neoclásico. Reglas simples que pueden generar comportamientos complejos a través de la interacción entre los agentes. Los agentes pueden aprender, evolucionar, reproducirse, etc.

- Modelos CGE: Inicialmente estáticos. Diseñados para la realización de estáticas comparativas. Evaluación de políticas a largo plazo. Posteriormente se han desarrollado versiones dinámicas (hacia adelante o recursivas).
- Modelos DSGE: Dinámicos respecto al proceso de toma de decisiones de agentes y simulación de perturbaciones.
- Modelos ABM: Totalmente dinámicos por naturaleza. Simulación periodo a periodo del comportamiento de los agentes.

- Modelos CGE: Alto nivel de desagregación (Nivel sectorial). Depende de la información estadística disponible.
- Modelos DSGE: Altamente agregados. Desagregación muy limitada a diferentes (no muchos) tipos de familias y sectores productivos.
- Modelos ABM: Altamente desagregado, a nivel de cada individuo o agente económico (tipo hormiguero).

- Modelos CGE: Principalmente elasticidades (muchas). Modelos econométricos tradicionales.
- Modelos DSGE: Calibration o estimación (Bayesiana).
- Modelos ABM: Parámetros de comportamiento. No hay ninguna técnica estandarizada.

- Modelos CGE: Tablas input-output o Matrices de contabilidad social.
- Modelos DSGE: Agregados macroeconómicos. Series temporales trimestrales o anuales.
- Modelos ABM: Microdatos, Bigdata.

- Modelos CGE: GAMS y GEMPACK. También lenguajes interpretados como Matlab, Mathematica.
- Modelos DSGE: Inicialmente lenguajes compilados (FORTRAN, C). Posteriormente lenguajes interpretados: R, Gauss, Matlab. Más recientemente paquetes con pre-procesadores (Dynare, YADA, IRIS, gEcon) o nuevos lenguajes interpretados (Python, Julia).
- Modelos ABM: Lenguajes compilados (C, Java). Aplicaciones de Inteligencia Artificial (Auto-GPT).

1. Introducción a la Macroeconomía

- Modelos DSGE (Modelos de Equilibrio General Dinámico Estocástico): Principal enfoque de la macroeconomía actual.
- Diferentes nombres usados por la literatura:
 - Modelo DSGE
 - Modelo RBC (Real Business Cycle)
 - Modelo Neoclásico
 - Modelo Nuevo-Keynesiano
 - Modelo de Crecimiento Óptimo
 - Modelo de Ramsey
 - Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans
- Mismo marco teórico para el estudio de:
 - Crecimiento Económico (largo plazo).
 - Fluctuaciones Cíclicas (corto plazo).

1. Introducción a la Macroeconomía

- Ingrediente fundamental de los modelos DSGE: La microfundamentación de la macroeconomía.
- Tanto la micro como la macro son aplicaciones consistentes de la teoría neoclásica.
- Equilibrio general:

Los agentes son optimizadores, dadas unas dotaciones, unas preferencias y una tecnología.

Las decisiones de los agentes son compatibles entre sí.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.
- 3 Keynes (1936): Teoría General del Empleo, el Tipo de Interés y el Dinero: Ruptura entre la micro y la macro.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.
- 3 Keynes (1936): Teoría General del Empleo, el Tipo de Interés y el Dinero: Ruptura entre la micro y la macro.
- 4 1940-1970: Síntesis Neoclásica (IS-LM).

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.
- 3 Keynes (1936): Teoría General del Empleo, el Tipo de Interés y el Dinero: Ruptura entre la micro y la macro.
- 4 1940-1970: Síntesis Neoclásica (IS-LM).
- 5 Los 70: Expectativas Racionales.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.
- 3 Keynes (1936): Teoría General del Empleo, el Tipo de Interés y el Dinero: Ruptura entre la micro y la macro.
- 4 1940-1970: Síntesis Neoclásica (IS-LM).
- 5 Los 70: Expectativas Racionales.
- 6 1982: Teoría del Ciclo Real: Vuelta a Ramsey (1928). Desarrollo de los modelos DSGE.

1. Introducción a la Macroeconomía Dinámica

Breve historia de la macroeconomía:

- 1 Clásicos (Smith, Ricardo,...): No existía distinción entre la micro y la macro.
- 2 Ramsey (1928): Optimización dinámica.
- 3 Keynes (1936): Teoría General del Empleo, el Tipo de Interés y el Dinero: Ruptura entre la micro y la macro.
- 4 1940-1970: Síntesis Neoclásica (IS-LM).
- 5 Los 70: Expectativas Racionales.
- 6 1982: Teoría del Ciclo Real: Vuelta a Ramsey (1928). Desarrollo de los modelos DSGE.
- 7 Actualmente: Desarrollo de modelos dinámicos de equilibrio general más complejos con elementos Nuevo Keynesianos.

2. Modelos Macroeconómicos

- Pregunta: Por qué necesitamos un "modelo" de la economía.
- La realidad económica es muy compleja y no tenemos la suficiente capacidad para comprenderla simplemente a través de la observación.
- Necesidad de disponer de un modelo para entender y explicar la realidad económica.
- Concepto de modelo: Mapa, plano, ...

Importante:

Cuanto más simple sea el modelo, mejor!!!!

2. Modelos Macroeconómicos



Figure: Callejero de Huelva

2. Modelos Macroeconómicos

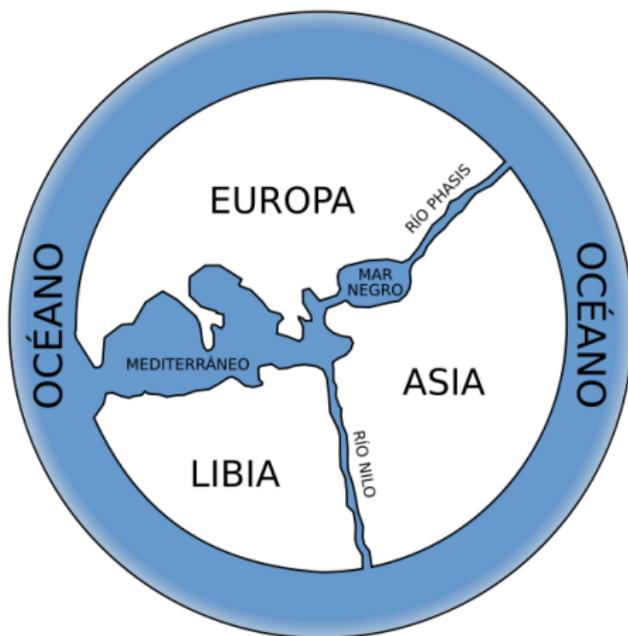


Figure: Primer Mapa Mundi (Anaximandro, siglo VI A.C.)

2. Modelos macroeconómicos



Figure: Mapa Mundi actual

2. Modelos Macroeconómicos

- Importante: Los modelos nos introducen una métrica para poder hablar de economía en términos comprensibles y definir conceptos y variables no observables en la práctica (como por ejemplo, la productividad marginal del capital).
- Posibilidad de identificar y obtener medidas de las variables de estado que son no observables (como por ejemplo, la productividad total de los factores).
- Si no disponemos de un modelo probablemente nos equivoquemos en nuestras decisiones económicas.
- Imprescindible para la toma de decisiones de política económica.

2. Modelos Macroeconómicos

- Ejemplo: Eficiencia energética (motores automóbiles que consumen menos combustible por kilómetro).
- En principio se trata de un cambio tecnológico positivo para reducir las emisiones contaminantes al medio ambiente.

2. Modelos Macroeconómicos

- Ejemplo: Eficiencia energética (motores automóviles que consumen menos combustible por kilómetro).
- En principio se trata de un cambio tecnológico positivo para reducir las emisiones contaminantes al medio ambiente.
- Sin embargo, un modelo teórico nos diría lo contrario: Los conductores aumentan el número de kilómetros recorridos más que proporcionalmente, aumentando las emisiones contaminantes.

2. Modelos Macroeconómicos

- Los modelos teóricos pueden utilizarse para realizar proyecciones ante diferentes perturbaciones. Así, los modelos teóricos permiten estudiar el comportamiento de una economía ante una determinada perturbación o cambio de política económica.

2. Modelos Macroeconómicos

- Los modelos teóricos permiten la realización de contrafácticos, es decir, responder a la pregunta de qué hubiese sucedido en la economía si la política económica hubiese sido diferente (en contra de los hechos).
- Posibilidad de realizar simulación de escenarios fuera de la muestra.

2. Modelos Macroeconómicos

- Los modelos teóricos pueden indicar cuál va a ser la evolución futura de la economía, dada la situación en la que se encuentra en el momento actual.
- Posibilidad de utilizar los modelos para la realización de predicciones sobre el comportamiento futuro de la economía. Método estructural.

2. Modelos Macroeconómicos

DEFINICIÓN DE MODELO:

- Un modelo macroeconómico puede describirse como un sistema de ecuaciones diferenciales (o en diferencias).
- Estas ecuaciones incluyen un número de relaciones dinámicas entre un conjunto de variables endógenas $X_t \in R^n$ y con conjunto de variables exógenas $Z_t \in R^m$.
- Igual que en un sistema físico, excepto por una importante diferencia: el comportamiento de la economía depende de las expectativas generadas por el pensamiento humano.
- Dos posibilidades: tiempo continuo y tiempo discreto.

2. Modelos Macroeconómicos

- Ejemplos de ecuaciones que conforman un modelo macroeconómico:

$$Y_t = C_t + I_t \quad (1)$$

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (2)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (3)$$

2. Modelos Macroeconómicos

- Modelos de Equilibrio General Dinámico Estocástico (DSGE en su acepción inglesa).
- Esta es la herramienta estándar utilizada en el análisis macroeconómico moderno. Constituye un marco teórico integrado para el análisis de la política económica.
- Origen de este tipo de modelización: Ramsey, F. (1928): A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38(152), 543-559.
- Es nuestro laboratorio económico. Imposibilidad de realizar experimentos reales.
- Modelización de agentes frente a modelización de mercados.
- Las diferentes variables se determinan en función de las decisiones de los agentes económicos.
- Equilibrio macroeconómico: resultado de la combinación e interacción de las decisiones de los diferentes agentes económicos.

2. Modelos Macroeconómicos

- Modelos DSGE
- **Dinámico**: El tiempo como variable fundamental. Algunas de las principales variables macroeconómicas son variables dinámicas por naturaleza. Ejemplo: El ahorro. Comportamiento racional de los agentes económicos (Forward-Looking). Las decisiones hoy dependen de expectativas sobre el futuro.
- **Estocástico**. Los modelos DSGE pueden ser deterministas o estocásticos.
- **Equilibrio General**: Determinación simultánea de las variables endógenas, vaciado de los mercados y Ley de Walras.

2. Modelos Macroeconómicos

- La estructura de un modelo macroeconómico que explicase la realidad estaría formada por los dos siguientes sistemas de ecuaciones:

$$X_t = E_t [F(X_{t+1}, Z_t, u_t)]$$

$$Z_t = G(Z_{t-1}, v_t)$$

donde X_t es un vector de variables endógenas, Z_t un vector de variables exógenas, E_t es el operador de expectativas, y u_t y v_t son perturbaciones aleatorias con funciones de densidad bien definidas. La función F es lo que va a definir la Teoría Económica, mientras que la función G es a lo que se denomina las Reglas de Política (no confundir con las funciones de política que veremos posteriormente).

2. Modelos Macroeconómicos

- El entorno económico es dinámico. Por tanto, el modelo teórico también tiene que serlo.
- Los agentes económicos toman decisiones teniendo en cuenta el efecto futuro de las mismas.
- Variables como la inversión sólo tienen sentido en un entorno dinámico.
- Las variables macroeconómicas se mueven a distinta velocidad. El ajuste ante una determinada perturbación no es instantáneo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Los modelos DSGE contienen cuatro elementos fundamentales:
 - Preferencias
 - Dotaciones
 - Tecnología
 - Entorno institucional

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Preferencias:** Las preferencias hacen referencia a la función objetivo de los distintos agentes que intervienen en la economía.
- En el caso de los consumidores esta función objetivo es la utilidad o felicidad.
- En el caso de las empresas, esta función objetivo son los beneficios.
- El objetivo del Banco Central sería la lucha contra la inflación (teniendo también en cuenta el desempleo).
- El objetivo del gobierno es desconocido (aunque podamos intuirlo) y por ese motivo lo consideramos como algo exógeno a la economía. Una economía a lo Ramsey supondría un gobierno que tiene como objetivo maximizar el bienestar social.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Dotaciones:** Consiste en la definición de las dotaciones iniciales para cada uno de los agentes de la economía, así como la definición de quiénes son los propietarios de éstas.
- Dotación de factores productivos: capital (K) y trabajo (L).
- Dotación de tiempo. Es propiedad de todos los individuos y pueden convertirlo en factor trabajo. Es una dotación estática.
- Capital: Acumulación a través del ahorro (inversión) y del progreso tecnológico incorporado. Es una dotación dinámica, pero sujeta a depreciación.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Tecnología:** Este elemento define cómo la economía transforma inputs, es decir, factores productivos en producción.
- La tecnología constituye un aspecto esencial del modelo, por cuanto determina como son los rendimientos a escala y los rendimientos de los distintos factores productivos.
- La tecnología también depende del progreso tecnológico. Este puede ser neutral o específico a un determinado factor productivo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Entorno institucional:** El entorno institucional hace referencia a las restricciones de carácter institucional que determinan las relaciones entre los distintos agentes económicos.
 - Competencia perfecta o competencia monopolística.
 - Existencia de mercados imperfectos.
 - Problemas de información.
 - Papel del gobierno.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Tipos de agentes:
 - Consumidores
 - Empresas
 - Gobierno
 - Capitalistas
 - Banco Central
 - Instituciones financieras
 - Sector exterior

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Consumidores:** Los consumidores son los agentes que toman decisiones de consumo-ahorro y decisiones en relación al ocio o, equivalentemente, en relación a la oferta de trabajo.
- **Objetivo:** La maximización de la utilidad o felicidad.
- En un mundo neoclásico son los propietarios de los factores productivos, capital y trabajo, que alquilan a las empresas. Es decir, son los propietarios de las empresas.
- Son agentes racionales (forward-looking).
- Son los principales agentes de una economía. Deciden cuanto se consume, cuanto se ahorra, cuanto se invierte, cuanto se trabaja, etc.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Función de utilidad instantánea,

$$U(C_t, O_t, X_t)$$

- Vida infinita (tenemos hijos).
- Descuentan el futuro (Tasa de preferencia subjetiva intertemporal positiva).
- Suavización del consumo a lo largo del tiempo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Empresas:** Las empresas son las unidades productivas de la economía. Estas deciden qué cantidad de factores productivos quieren alquilar, tomando como dados el precios de los factores productivos: capital y trabajo.
- **Objetivo:** La maximización de beneficios.
- Es a través del proceso de maximización de beneficios de las empresas como se determina el precio de los factores productivos, dependiendo de la tecnología.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Función de producción CES:

$$Y_t = A_t(\omega K_t^\rho + (1 - \omega)L_t^\rho)^{1/\rho}$$

- Elasticidad de sustitución entre capital y trabajo:

$$\sigma = \frac{1}{1 - \rho}$$

- $\rho = -\infty$: Leontief
- $\rho = 0$: Cobb-Douglas
- $\rho = 1$: Sustitutivos perfectos

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **El gobierno:** El gobierno es el agente que decide fundamentalmente la política fiscal y la regulación económica.
- **Objetivo:** ?????? Habitualmente se supone un agente exógeno y su intervención se toma como dada por el resto de agentes.
- El gobierno es el agente que fija el menú de impuestos y el que determina el volumen y tipo de gasto público.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **El gobierno:** Por el lado de los ingresos podemos considerar diferentes impuestos: Impuesto sobre el consumo, Impuesto sobre las rentas del capital, Impuesto sobre las rentas del trabajo.
- Las cotizaciones a la seguridad social también pueden considerarse como un impuesto.
- Con competencia perfecta y rendimientos constantes a escala los beneficios de las empresas son cero, por lo que no existiría impuesto sobre beneficios.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **El gobierno:** Por el lado del gasto, podemos considerar la existencia de bienes públicos y de bienes de interés social. En este caso, el consumo efectivo sería una combinación de bienes privados y de bienes provistos por el gobierno,

$$U(C_{p,t}, C_{g,t}) = C_{p,t}^{\gamma} C_{g,t}^{1-\gamma}$$

- Transferencias lump-sum.
- Existencia de capital público:

$$K_{g,t+1} = (1 - \delta_g)K_{g,t} + I_{g,t}$$

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha_1} K_{g,t}^{\alpha_2} L_t^{\alpha_3}$$

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **El gobierno:** Presupuesto equilibrado o no.
- Si el presupuesto no es equilibrado necesidad de introducir bonos como un activo adicional en la restricción presupuestaria de las familias.
- Teorema de la Equivalencia Ricardiana.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Capitalistas:** Los capitalistas son agentes que deciden el nivel de inversión de la economía.
- Son los propietarios del capital.
- Este tipo de agentes se incluye en algunos modelos con el propósito de diferenciar las decisiones de ahorro de las decisiones de inversión.
- Objetivo: Maximización de su función de utilidad.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Banco Central:** La figura del Banco Central se introduce en el modelo cuando su objetivo es el estudio de los efectos de la política monetaria.
- Objetivo: controlar la inflación y el gap del output (o el empleo).
- Habitualmente el Banco Central se incluye en los modelos a través de la regla de Taylor:

$$R_t = \bar{R} + \varphi(\pi_t - \bar{\pi}) + (1 - \varphi)(Y_t - \bar{Y})$$

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Sistema Financiero:** En este caso, existen diferentes tipos de interés en la economía, siendo distintos los tipos que aplican a si los agentes prestan o si piden dinero prestado.
- Objetivo: La maximización de beneficios.
- Agregador del ahorro de los agentes. Intermediario entre los agentes con ahorro positivo y los agentes con ahorro negativo.
- Necesidad de introducir dos tipos de agentes, unos generarán los depósitos (agentes pacientes o trabajadores) y otros los créditos (agentes impacientes o empresarios).

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Sector exterior:** Reflejaría el comportamiento del conjunto de agentes que forman las otras economías con las cuales existen relaciones económicas.
- Determinación de la Cuenta Corriente.
- Posición deudora o acreedora respecto al resto del mundo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Sector exterior:** Diferentes formas de modelización.
- Introducción de un bono del exterior, B_t , con un tipo de interés de R_t^b .
- Introducción de importaciones. El consumo efectivo sería ahora una CES de bienes producidos domésticamente y de bienes producidos en el exterior

$$C_t = \left[\mu^{1/\eta} C_{h,t}^{1-1/\eta} + (1 - \mu)^{1/\eta} C_{f,t}^{1-1/\eta} \right]^{\eta/(\eta-1)}$$

donde μ representa el sesgo en las preferencias hacia bienes producidos domésticamente y $\eta > 0$ mide la elasticidad de sustitución intratemporal entre bienes nacionales y el exterior.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- **Sector exterior:** Para cerrar el modelo de una economía abierta se hace necesario introducir alguna condición que limite el endeudamiento exterior. Schmitt-Grohé and Uribe (2003).²
- Una opción sería introducir una prima de riesgo:

$$R_t^b = R_t^* + \phi(\exp(B_t - \bar{B}) - 1)$$

donde R_t^* es el tipo de interés internacional.

²Schmitt-Grohé, S. and Uribe, M. (2003). Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61: 163-185.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- DGE versus DSGE. Actualmente la mayoría de modelos son estocásticos: tipo RBC o los modelos Nuevos Keynesianos.
- Esta herramienta es adecuada para estudiar los efectos de perturbaciones estocásticas que afectan a la economía.
- Estos modelos también son adecuados para el estudio de un cambio estructural (un nuevo impuesto).
- Los modelos suponen información perfecta, previsión perfecta y no incertidumbre respecto a las perturbaciones.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Las perturbaciones pueden afectar a la economía hoy o en cualquier momento futuro, en cuyo caso son anticipadas con previsión perfecta.
- Las perturbaciones pueden durar un sólo periodo o más.
Perturbaciones transitorias o permanentes.
- Esquema habitual: introducir una perturbación positiva hoy y ninguna perturbación futura (con certidumbre).

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

Etapas en la modelización DSGE:

- 1 Definir, en forma de ecuaciones, un entorno económico a representar (agentes, preferencias, tecnología, instituciones, etc.).
- 2 Asignación de formas funcionales (Función de utilidad de los consumidores, función de producción, funciones de costes de ajuste, etc.).
- 3 Obtención de las condiciones de primer orden de los problemas de maximización. Las condiciones de primer orden, junto con las restricciones de factibilidad, las restricciones tecnológicas y las identidades, conforman "el modelo".
- 4 Asignación de valores a los parámetros. Calibración y/o estimación.
- 5 Cálculo del Estado Estacionario.
- 6 Log-linearización de las ecuaciones del modelo.
- 7 Escribir el modelo (su versión log-linearizada) en el espacio de estados.
- 8 Obtener una solución numérica del modelo.
- 9 Realizar simulaciones, análisis de política, predicción, etc.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Miles de modelos DSGE con diferentes escalas.
- Desde el modelo más básico RBC (7-8 ecuaciones en una economía descentralizada, 5-6 en una economía de planificación centralizada, dependiendo de si es determinista o estocástico) hasta modelos Nuevos Keynesianos con cientos de ecuaciones (entre 200 y 300 ecuaciones).
- Depende del número de variables que queramos resolver.
- Por ejemplo, el modelo que utiliza la Comisión Europea es el QUEST III, que tiene justo 100 ecuaciones.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Los modelos DSGE no tienen soluciones cerradas, excepto para algunos casos muy simples (función de utilidad logarítmica del consumo y depreciación total del capital en un periodo). Esto significa que los modelos DSGE no pueden ser resueltos directamente a mano (con papel y lápiz), y su representación gráfica a través del diagrama de fases se limita a dos variables.
- La modelización DSGE requiere el uso de métodos numéricos y computacionales para obtener la solución al modelo.
- Esto se debe que dos características fundamentales de los modelos DSGE:
 - Sistema de ecuaciones dinámicas no lineales.
 - Expectativas acerca del valor futuro de las variables.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- La clave para resolver un modelo DSGE consiste en representar formas funcionales para las variables de endógenas, tanto de control (por ejemplo, el consumo) como función de las variables de estado en el periodo anterior (por ejemplo, el stock de capital). Una vez que hemos calculado dichas funciones, el sistema toma la forma **recursiva** y, por tanto, dados unos valores iniciales para las variables de estado (que son conocidos), dichas funciones generan el proceso dinámico de las variables endógenas (de control y de estado).
- Estas son las denominadas **reglas de decisión** o **funciones de política**. Los términos reglas de decisión o funciones de política se refiere a ecuaciones funcionales, es decir, funciones de funciones, describiendo la dinámica de las variables de control forward-looking.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- De partida, resolver un modelo DSGE es relativamente complicado. Sin embargo, esta tarea se ha ido haciendo más fácil con el tiempo, gracias al desarrollo de diferentes técnicas para resolver modelos con expectativas racionales y al desarrollo de programas informáticos específicos para la resolución de este tipo de modelos.
- Desarrollo de una gran variedad de métodos numéricos: Métodos locales (como por ejemplo el método de la perturbación), frente a métodos globales (por ejemplo, métodos de proyección, tales como la programación dinámica, métodos de los elementos finitos, método del polinomio de Chebyshev, método de la senda extendida, expectativas parametrizadas, redes neuronales, etc.).
- El método estándar más utilizado es el método de la perturbación (método que usa una aproximación local alrededor del estado estacionario para resolver el modelo).

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- En términos generales, un modelo DSGE puede definirse como un sistema de ecuaciones no lineales que miran hacia adelante (forward-looking) con expectativas racionales. Este sistema (principalmente las condiciones de primer orden) puede ser representados como:

$$\begin{aligned}E_t[f(y_{t+1}, y_t, y_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)] &= 0 \\E_t(\varepsilon_t) &= 0 \\E_t(\varepsilon_t, \varepsilon_t') &= \Sigma_\varepsilon\end{aligned}$$

donde E_t es el operador de expectativas, y es un vector de variables endógenas (incluyendo tanto variables control como estado), z es un vector de variables exógenas (tales como los impuestos), ε es un vector de choques estocásticos exógenos (innovaciones estructurales) y Ω es un conjunto de parámetros estructurales o profundos del modelo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Distinguiendo entre variables de control, y_t , y variables de estado (variables pre-determinadas), x_t , el sistema puede ser representado como:

$$\begin{aligned} E_t[f(y_{t+1}, y_t, y_{t-1}, x_t, x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)] &= 0 \\ E_t(\varepsilon_t) &= 0 \\ E_t(\varepsilon_t, \varepsilon_t') &= \Sigma_\varepsilon \end{aligned}$$

- En general, la solución a un modelo DSGE puede ser definida como:

$$E_t[f(g(x))] = 0$$

donde $f(y)$ es conocida y $g(x)$ es una función de política (o de transición) desconocida.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Una solución al anterior sistema es una función en forma recursiva, tal que las condiciones de primer orden y las restricciones de factibilidad se satisfagan:

$$y_t = g(x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)$$

es decir, las variables endógenas se calculan como una función de los valores pasados de las variables de estado y de los choques estructurales contemporáneos.

- La función $g(x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)$ representa el conjunto de las denominadas funciones de política (para las variables de control) o las funciones de transición (para las variables de estado).

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Sustituyendo la solución anterior (funciones de política y de transición) en el modelo obtenemos:

$$E_t[f(g(x_t, z_{t+1}, \varepsilon_{t+1}, \Omega), g(x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega), x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)] = 0$$

- Y de nuevo, sustituyendo para x_t obtenemos:

$$E_t[f(g(g(x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega), z_{t+1}, \varepsilon_{t+1}, \Omega)), g(x_{t-1}, z_t, \dots$$

$$\dots \varepsilon_t, \Omega), x_{t-1}, z_t, \varepsilon_t, \Omega)] = 0$$

- El anterior sistema de ecuaciones se resuelve de forma local alrededor del estado estacionario determinista. Es decir, la solución solo depende del valor de las variables exógenas y del valor de los parámetros del modelo.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- El Estado Estacionario se calcularía como:

$$[f(\bar{y}, \bar{y}, \bar{y}, z, 0, \Omega) = 0$$

- Por tanto, la función $g(\cdot)$ debe satisfacer:

$$\bar{y} = g(\bar{y}, z, 0, \Omega) = 0$$

- Una vez el estado estacionario ha sido calculado, podemos calcular la matriz Jacobiana asociada a $f(\cdot)$ para realizar aproximaciones del sistema anterior alrededor del estado estacionario (por ejemplo, usando el algoritmo de Newton-Raphson).

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- Procedimiento estándar: El modelo de partida (no lineal) se transforma en un sistema de ecuaciones lineales usando una aproximación lineal para cada ecuación en el entorno del estado estacionario (método de la perturbación).
- Las variables del modelo se pueden escribir en niveles (linearización) o en logaritmos (log-linearización).
- El procedimiento de solución implica la obtención de aproximaciones de las funciones de política y de transición que satisfacen las condiciones de primer orden. En el caso de una aproximación de primer orden (lineal), obtendríamos:

$$y_t = \bar{y} + g_{y,x}(x_t - \bar{x})$$

donde una línea horizontal sobre las variables indica valores de estado estacionario, y sería el vector de todas las variables endógenas, incluyendo variables de control y de estado y x es el vector de las variables de estado.

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- El método de la perturbación consiste en resolver de forma secuencial para los coeficientes de una expansión de Taylor $g(y_t)$. Si definimos $g(x_t)$ como la función de política de las variables endógenas, y_t , para un vector de variables de estado, x_t , alrededor de su estado estacionario, \bar{x} :

$$\begin{aligned}g(x_t) &= g(\bar{x}) + g'(\bar{x})(x_t - \bar{x}) + \frac{1}{2}g''(\bar{x})(x_t - \bar{x})^2 + \dots \\ &= \bar{x} + g_1(x_t - \bar{x}) + \frac{g_2}{2}(x_t - \bar{x})^2 + \dots\end{aligned}$$

- El objetivo es encontrar \bar{x} , g_1 , g_2 , ...

3. Una breve introducción a la modelización DSGE

- En resumen, la modelización DSGE requiere tres habilidades:
 - 1 Saber construir e interpretar un modelo teórico (conocimientos de la Teoría Económica).
 - 2 Saber resolver el modelo teórico (conocimientos de los métodos de solución de sistemas dinámicos y métodos numéricos).
 - 3 Saber como escribir la solución del modelo en un ordenador (conocimientos de un lenguaje de programación).