

# Problemas de Física

## Primer curso Licenciatura de Ciencias Ambientales

Departamento de Física Aplicada  
Universidad de Huelva

14 de marzo de 2007

Nota: los problemas marcados con un asterisco ([\*]) se consideran de especial dificultad.

### 1. Temperatura y Calor

1. (a) ¿Se preocuparía si se encuentra enfermo en Inglaterra y le dicen que su temperatura es de  $104^{\circ}\text{F}$ ? (b) ¿Cuál es la temperatura normal de un ser humano en la escala Fahrenheit? (c) El punto normal de ebullición del oxígeno es de  $-182.97^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál es esta temperatura en la escala Fahrenheit y Kelvin? (d) ¿A qué temperatura coinciden las escalas Fahrenheit y Celsius?

*Solución:* (a)  $40^{\circ}\text{C}$ ; (b)  $98,6^{\circ}\text{F}$ ; (c)  $-297,35^{\circ}\text{F}$ ,  $90,18\text{ K}$ ; (d)  $-40^{\circ}\text{C}$ .

2. La resistencia eléctrica de ciertos metales varía con la temperatura de acuerdo a la ecuación  $R = R_0(1 + \beta(T - T_0))$ , donde  $R_0$  es la resistencia a la temperatura  $T_0$ . Para cierto metal se tiene  $\beta = 0,004\text{ K}^{-1}$ . (a) Si la resistencia a  $0^{\circ}\text{C}$  es de  $100\Omega$ , ¿cuál será la resistencia a  $20^{\circ}\text{C}$ ? (b) ¿Para qué temperatura será  $200\Omega$  la resistencia? (Nota: todos los datos se dan en el Sistema Internacional de unidades).

*Solución:* (a)  $R(20^{\circ}\text{C}) = 108\Omega$ ; (b)  $T(200\Omega) = 250^{\circ}\text{C}$ .

3. Un termómetro de gas en contacto con agua en el punto triple registró una presión de  $5\text{ cmHg}$ . ¿Qué presión señalará cuando esté en contacto con agua en su punto de ebullición normal?

*Solución:*  $P = 6,83\text{ cmHg}$ .

4. Se encuentra que la razón de las presiones de un gas a volumen constante a la temperatura del punto de fusión del plomo y a la del punto triple del agua es 2,19816.

¿Cuál es la temperatura  $T_{pb}^f$  del punto de fusión del plomo?

*Solución:*  $T_{pb}^f = 600,4 \text{ K}$ .

## 2. Coeficientes Elásticos y de Dilatación

1. Calcúlese el coeficiente de dilatación lineal de un sólido cuya densidad disminuye 1 % al aumentar la temperatura  $45^\circ\text{C}$ .

*Solución:*  $\alpha = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

2. Si se encierra un material en un recipiente muy rígido de forma que las dimensiones de este último no varían ni con los cambios de presión ni con los de temperatura, demostrar que al variar las dimensiones del material del interior con la temperatura se produce un aumento de presión sobre las paredes del frasco que es  $\Delta P = B\beta\Delta T$ , donde  $B = -V \frac{dP}{dV}$  (módulo de compresibilidad) y  $\beta = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT}$  (coeficiente de dilatación volumétrico).

3. Calcular la fuerza necesaria para evitar la dilatación de una barra de longitud  $L_0$  y sección  $A$ , con coeficiente de dilatación  $\alpha$  y módulo de Young  $Y$ , si sufre un incremento de temperatura  $\Delta T$ . Calcular el resultado para una barra de aluminio, con  $Y = 0,7 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $A = 5 \text{ cm}^2$ ,  $\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  y  $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ .

*Solución:*  $F = 8,4 \cdot 10^3 \text{ N}$ .

4. Calcular la presión y fuerza necesarias para evitar la dilatación de un cilindro de acero de altura  $h = 10 \text{ cm}$  y radio  $r = 5,2 \text{ cm}$  sometido a un incremento de temperatura  $\Delta T = 20^\circ\text{C}$ . Repetir el cálculo para el caso de la glicerina.

Datos: Coeficientes de dilatación  $\beta_{acero} = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,

$\beta_{glic} = 49,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;

Módulos de compresibilidad  $B_{acero} = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $B_{glic} = 4,8 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ .

*Solución:* Acero:  $P = 1,15 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ ,  $F = 5,71 \cdot 10^6 \text{ N}$ ;

Glicerina:  $P = 4,7 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ ,  $F = 2,33 \cdot 10^7 \text{ N}$ .

5. Demostrar que  $\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$  donde  $\rho$  es la densidad.

6. Demostrar que para un gas ideal  $\beta = 1/T$  y  $B = P$ , donde  $\beta$  es el coeficiente de dilatación volumétrico y  $B$  es el módulo de compresibilidad.

Nota.- Ecuación de estado de un gas ideal  $PV = nRT$ .

7. ¿Qué volumen de Hg debe añadirse a un frasco de vidrio de 1 l para que el volumen del recipiente no ocupado por mercurio sea el mismo a cualquier temperatura?

Datos:  $\beta_{Hg} = 18 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\beta_{vid} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Solución:  $V_{Hg} = 66,67 \text{ cm}^3$ .

8. Los remaches aeronáuticos se fabrican ligeramente mayores que el orificio donde han de encajar y se enfrían con hielo seco ( $CO_2$  sólido) a  $-78^\circ\text{C}$  para introducirlos. Si el diámetro de un orificio es de 0,1 cm, ¿cuál debe ser el diámetro de un remache a  $20^\circ\text{C}$  si su diámetro es igual al del orificio cuando se ha enfriado?

Dato:  $\alpha_{Al} = 2,4 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Solución:  $L = 0,1002 \text{ cm}$ .

9. Una botella de vidrio de volumen  $V = 250 \text{ cm}^3$  está totalmente llena de agua a  $50^\circ\text{C}$ . Se calienta agua y botella a  $60^\circ\text{C}$ , ¿cuánta agua se derrama

(a) si se desprecia la dilatación de la botella?

(b) teniendo en cuenta la dilatación de la botella?

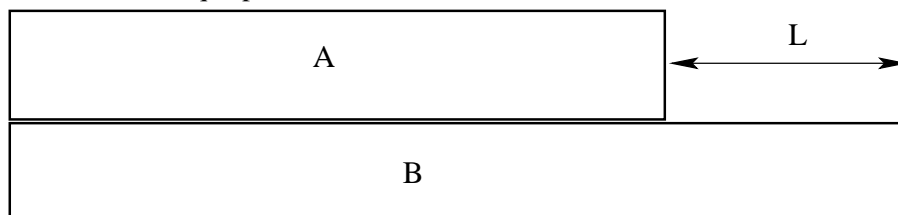
Datos:  $\beta_{vid} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\beta_{agua} = 60 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Solución: (a)  $V = 1,5 \text{ cc}$ ; (b)  $V = 1,47 \text{ cc}$ .

10. A una temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$  el volumen de un frasco de vidrio hasta una marca es  $V_0 = 100 \text{ cm}^3$ . Se llena el frasco de vidrio hasta la marca con un líquido de coeficiente de dilatación  $\beta_l = 120 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , estando frasco y líquido a  $20^\circ\text{C}$ . Si  $\beta_v = 8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  y la sección transversal del cuello del frasco es constante e igual a  $1 \text{ mm}^2$ . ¿Cuánto ascenderá o descenderá el líquido en el cuello si la temperatura asciende a  $T = 40^\circ\text{C}$ ? ¿Cómo se corregirá el resultado si se considera la variación en la sección transversal del cuello del frasco?

Solución:  $h = 238,4 \text{ cm}$ , la corrección es despreciable.

11. Se puede construir un dispositivo que tenga dos puntos con separación  $L$  constante e independiente de la temperatura utilizando dos varillas de materiales con diferentes coeficientes de dilatación unidas en un extremo (ver figura). a) Demuéstrese que para ello el cociente de las longitudes de las varillas ha de ser  $L_A/L_B = \alpha_B/\alpha_A$ . b) Si el material B es acero ( $\alpha_B = 11 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$ ) y el A es aluminio ( $\alpha_A = 19 \cdot 10^{-6} \text{C}^{-1}$ ) y  $L_A = 250 \text{cm}$ , ¿cuál es el valor de la distancia que permanece constante?



*Solución:* b)  $L = 181,82 \text{cm}$ .

### 3. Calorimetría

1. ¿Cuánto hielo a  $T = -20^\circ\text{C}$  ha de introducirse en  $0,25 \text{kg}$  de agua, inicialmente a  $25^\circ\text{C}$ , para que la temperatura final con todo el hielo fundido sea  $0^\circ\text{C}$ ? Puede despreciarse la capacidad calorífica del recipiente.  
 Datos: Capacidad calorífica específica del hielo,  $c_h = 2000 \text{Jkg}^{-1}\text{C}^{-1}$ ; calor latente de fusión del hielo  $L_f = 33,4 \cdot 10^4 \text{Jkg}^{-1}$ .

*Solución:*  $m_h = 69,95 \text{g}$ .

2. Una vasija de Cu de  $200 \text{g}$  de masa contiene  $400 \text{g}$  de agua. El agua se calienta con dispositivo que disipa energía mecánica y se observa que la temperatura del sistema se eleva a razón de  $3 \text{K/min}$ . Hallar la potencia total que se disipa así como la que se disipa dentro del agua, despreciando las pérdidas de calor al ambiente.  
 Datos:  $c_{Cu} = 0,39 \text{J/(g K)}$   $c_{agua} = 4,18 \text{J/(g K)}$ .

*Solución:*  $P_T = 87,5 \text{W}$ ;  $P_a = 83,6 \text{W}$ .

3. Un calorímetro contiene  $100 \text{g}$  de agua a  $0^\circ\text{C}$ . Se introducen en él un cilindro de Cu de  $1000 \text{g}$  y otro de Pb de  $1000 \text{g}$ , ambos a  $100^\circ\text{C}$ . Hallar la temperatura final si no hay pérdidas de calor al medio ambiente. Datos:  $c_{Cu} = 0,39 \text{J/(g K)}$ ,  $c_{Pb} = 0,13 \text{J/(g K)}$ .

*Solución:*  $T_f = 55,40^\circ\text{C}$ .

4. Un recipiente de cobre de  $m_{Cu} = 2,0$  kg está a  $T_{Cu} = 175^\circ\text{C}$ . Se vierten en su interior  $m_v = 100$  g de agua a  $T_a = 25^\circ\text{C}$ , sin permitir pérdidas de calor o vapor. Hallar la temperatura final del sistema así como su estado. Datos:  $c_{Cu} = 0,39$  J/(g K),  $c_{vaporH_2O} = 1,9$  J/(g K),  $L_v(H_2O) = 2256$  J/g.

*Solución:*  $T_F = 100^\circ\text{C}$ , evaporándose 12,0 g de agua.

5. Una bala de Pb con una velocidad de 350 m/s impacta contra un blanco quedando en reposo. Cuál sería la elevación de temperatura de la bala si toda la energía cinética se disipara en forma de calor en la bala. Dato:  $c_{Pb} = 0,13$  J/(g K).

*Solución:*  $\Delta T = 471,2$  K.

#### 4. Gases Ideales

1. Un depósito con un volumen de 20 l a una temperatura de  $30^\circ\text{C}$  y una presión manométrica de  $4,0 \cdot 10^5$  Pa contiene
- aire. Hallar la masa de aire en el depósito y el volumen que ocuparía esa masa a  $0^\circ\text{C}$  y una atmósfera de presión (condiciones normales).
  - helio ( $^4\text{He}$ ). Repetir el cálculo del apartado anterior cambiando el aire por helio.

*Nota:* La presión manométrica es igual a la presión real menos la atmosférica.

*Datos:*  $M_{aire} = 28,8$  g/mol,  $M_{He} = 4,0$  g/mol.

*Solución:* (a)  $m = 114,6$  g,  $V = 89,2$  l; (b)  $m = 15,92$  g,  $V = 89,2$  l.

2. Dedúzcase a partir de la ecuación de estado de un gas ideal, una ecuación para la densidad de un gas ideal en función de la presión y la temperatura.

*Solución:*  $\rho = pM/RT$

3. Un matraz de 1,5 l está provisto de una llave de paso al exterior y contiene  $\text{CO}_2$  a una temperatura de  $300$  K y una presión de  $1,0$  atm. El sistema se calienta a  $400$  K, con la llave abierta a la atmósfera. Se cierra la llave y se deja enfriar a la temperatura original de  $300$  K. Calcular: (a) La presión final de  $\text{CO}_2$  en el matraz y (b) Los gramos de  $\text{CO}_2$  que quedan al final del experimento y cuántos gramos han escapado del matraz.

Dato:  $M_{CO_2} = 44 \text{ g/mol}$ .

Solución: (a)  $0,754 \text{ atm}$ ; (b)  $2,01 \text{ g}$ ,  $0,66 \text{ g}$ .

4. Un submarinista a  $40 \text{ m}$  bajo la superficie de un lago, a una temperatura de  $5^\circ\text{C}$ , suelta una burbuja de aire con un volumen de  $15 \text{ cm}^3$ . Si la temperatura en la superficie es de  $25^\circ\text{C}$ , ¿cuál es el radio de la burbuja justo antes de romper en la superficie?

Solución:  $R = 2,65 \text{ cm}$ .

5. [\*] En la troposfera (parte más baja de la atmósfera) la temperatura disminuye con la altitud. Una aproximación para esta variación es lineal de forma que  $T = T(z) = T_0 - \alpha z$ , donde  $z$  es la altura sobre la superficie,  $T_0$  es la temperatura en la superficie y  $T$  es la temperatura a una altura  $z$ .

- (a) Hallar una expresión que nos dé la presión  $p$  en función de la altura  $z$ .  
 (b) El parámetro  $\alpha$  se denomina *razón de decaimiento de temperatura*. Si la temperatura cae  $0,6^\circ\text{C}$  cada  $100 \text{ m}$ , calcular la presión atmosférica en la cima del Everest, a  $8863 \text{ m}$  de altitud.  
 (c) ¿Cuál sería el resultado de la pregunta anterior si en vez de suponer que la temperatura de la atmósfera varía disminuyendo con la altura hubiéramos supuesto que permanece constante e igual a  $T_0$  para cualquier  $z$ ?

Datos:  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $p_0 = 1,00 \text{ atm}$ ,  $M_{\text{aire}} = 28,8 \text{ g/mol}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Solución: (a)  $P = P_0 \left( \frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{R\alpha}}$ ; (b)  $P = 0,29 \text{ atm}$ ; (c)  $P = 0,33 \text{ atm}$ .

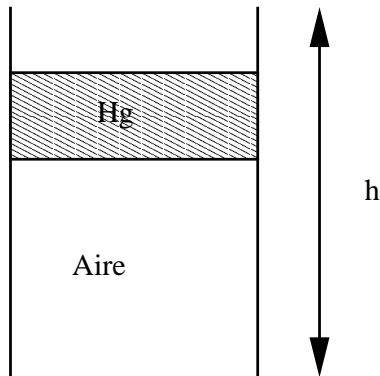
6. [\*] Un tanque cilíndrico vertical de  $0,900 \text{ m}$  de altura está cerrado por un pistón sin fricción de peso insignificante, estando el aire en su interior a una presión absoluta de  $1,00 \text{ atm}$ . El pistón baja al verterse lentamente mercurio sobre él (Ver figura). ¿Cuánto bajará el pistón antes de que el mercurio se derrame por el borde superior del cilindro?

Nota: suponer que en todo el proceso la temperatura permanece constante.

Dato:  $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3$ .

Solución:  $h = 14,1 \text{ cm}$ .

Figura problema (6)



7. Se determina experimentalmente que el tamaño de una molécula de  $O_2$  es de  $2,0 \text{ \AA}$ . Haga una estimación aproximada de la presión a la que el volumen finito de la molécula de  $O_2$  dé lugar a desviaciones apreciables respecto al comportamiento de gas ideal a temperaturas ordinarias ( $T = 300 \text{ K}$ ).  
 Dato:  $1 \text{ \AA} = 1 \text{ amgstrong} = 10^{-10} \text{ m}$ .

*Solución:*  $P \simeq 1200 \text{ atm}$ .

## 5. Primer Principio y ciclos termodinámicos

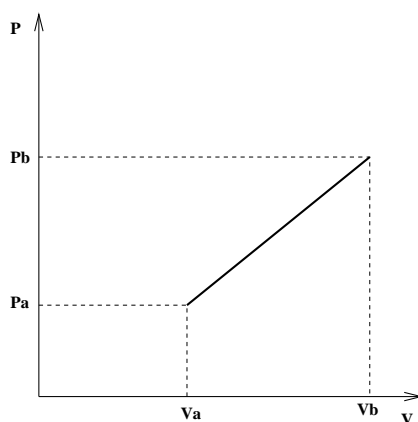
1. Cierta cantidad de aire se lleva del estado  $A$  al estado  $B$  por el camino recto señalado en el diagrama  $pV$  de la figura.
- (a) ¿Disminuye, aumenta o permanece constante la temperatura del aire?  
 ¿Por qué?
- (b) Si  $V_A = 0,050 \text{ m}^3$ ,  $V_B = 0,1100 \text{ m}^3$ ,  $p_A = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  y  $p_B = 1,60 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , ¿qué trabajo realiza el gas?

*Solución:* (a) Aumenta; (b)  $W = 7800 \text{ J}$  Figura (1)

2. En cierto proceso un sistema libera  $3,65 \cdot 10^5 \text{ J}$  de calor al tiempo que se contrae bajo una presión externa constante de  $7,20 \cdot 10^20 \text{ Pa}$ . La energía interna del sistema es la misma al principio que al final del proceso. Calcule el cambio de volumen del sistema (que NO es un gas ideal).

*Solución:*  $\Delta V = -5 \cdot 10^{-16} \text{ m}^3$ .

3. Si una persona ingiere un postre que le proporciona  $900 \text{ cal}$  y pretendiese quemar íntegramente esa energía subiendo escaleras, ¿a qué altura mínima debería subir? Suponga que la masa de la persona es de  $75 \text{ kg}$ .



Nota: La relación entre calorías alimentarias y físicas es 1 cal (alimentaria) = 1000 cal = 4186 J.

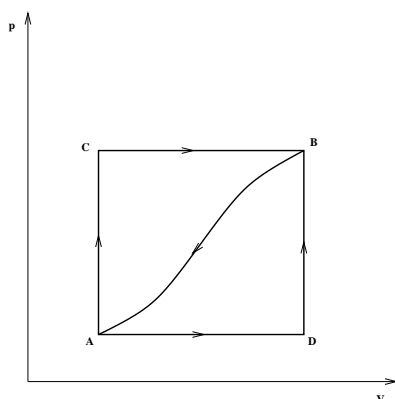
Solución:  $h = 5118$  m.

4. Si el sistema de la figura se lleva del estado  $A$  al estado  $B$  por el camino  $ACB$  fluyen al sistema  $90,0J$  de calor y el sistema realiza  $70,0J$  de trabajo.
- ¿Cuánto calor fluye al sistema por el camino  $ADB$  si el trabajo efectuado por el sistema es de  $15,0J$ ?
  - Cuando el sistema pasa de  $B$  a  $A$  por el camino curvo de la figura el trabajo efectuado sobre el sistema es de  $45,0J$ . En este caso, ¿absorbe o libera calor el sistema? ¿Cuánto?
  - Si  $U_A = 0$  y  $U_D = 80J$ , calcule el calor absorbido en los procesos  $AD$  y  $DB$ .

Solución: (a)  $Q_{ADB} = 35J$ ; (b)  $Q_{BA} = -65J$ ; (c)  $Q_{AD} = 95J$ ,  $Q_{DB} = -60J$ .  
Figura (4)

5. Se estudian las propiedades del metanol líquido ( $CH_3OH$ ) utilizando un cilindro de acero con un área transversal de  $S = 0,0200m^2$  en el que se introducen  $1,50 \cdot 10^{-3}m^3$  de metanol. El cilindro cuenta con un pistón ajustado que soporta una carga  $F = 3,00 \cdot 10^4N$ . Se aumenta la temperatura del sistema de  $20,0^\circ C$  a  $60,0^\circ C$ , ignorando la expansión del cilindro de acero, calcular:
- Aumento de volumen del metanol.
  - Trabajo realizado por el metanol contra la fuerza  $F$ .
  - Cantidad de calor que interviene en el proceso y su signo (siendo el sistema la muestra de metanol).





- (d)  $\Delta U$  del metanol.  
 (e) ¿Existe una diferencia substancial entre  $C_p$  y  $C_v$  para el metanol? Explícalo basándote en los resultados obtenidos.

Datos:  $\beta_{met} = 1,20 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ ,  $\rho_{met} = 791 kg/m^3$ , Capacidad calorífica específica a presión constante del metanol:  $c_p = 2,51 \cdot 10^3 J kg^{-1} K^{-1}$ . Solución: (a)  $\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-5} m^3$ ; (b)  $W = 108 J$ ; (c)  $Q = 1,192 \cdot 10^5 J$ ; (d)  $\Delta U = 1,19 \cdot 10^5 J$ ; (e) no.

6. Un cilindro con un pistón móvil sin fricción contiene cierta cantidad de  $N_2$  gaseoso. Inicialmente el gas está a  $1,00 \cdot 10^5 Pa$  y  $300 K$ , ocupando un volumen de  $2,0 l$ . Se le somete a dos procesos:
- Se calienta permitiendo que el pistón se mueva de forma que la temperatura permanezca constante, hasta que  $p = 3,00 \cdot 10^4 Pa$ .
  - Se comprime a presión constante hasta el volumen inicial ( $2,0 l$ ).

Con estos datos:

- Dibuje el diagrama  $pV$  de los procesos anteriormente mencionados.
- ¿Cuál es el volumen del gas tras el primer proceso? ¿Y su presión y temperatura tras el segundo?
- Calcula el trabajo total  $W$ .
- Da un proceso que consiga devolver al gas a su estado inicial.

Solución: (b)  $V_B = 6,67 \cdot 10^{-3} m^3$ ,  $p_C = 3,00 \cdot 10^4 Pa$ ,  $T_C = 90 K$ ; (c)  $W = 100,8 J$ .

7. Un cubo de aluminio de 1,00 cm de lado se suspende de un hilo y se calienta de 25,0°C a 85,0°C, estando a presión atmosférica ( $p_{at} = 101325 \text{ Pa}$ ). Hallar:
- El aumento de volumen del cubo.
  - El trabajo mecánico realizado por el cubo para expandirse.
  - La cantidad de calor agregada al cubo.
  - El cambio de energía interna experimentado por el aluminio.
  - En estas condiciones, ¿existe una diferencia sustancial entre los valores de las capacidades caloríficas molares a presión y volumen constante?

Datos:  $\rho_{Al} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , Coeficiente de dilatación lineal  $\alpha_{Al} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , Capacidad calorífica molar a presión constante del aluminio:  $C_p = 24,6 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , peso atómico del aluminio 27 g.

Solución: (a)  $\Delta V = 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$ ; (b)  $W = 4,38 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ ; (c)  $Q = 147,6 \text{ J}$ ; (d)  $\Delta U = 147,6 \text{ J}$ .

8. [\*] Supongamos que se aumenta de forma cuasiestática desde 0 a 100 atmósferas la presión ejercida sobre un bloque de  $10^2 \text{ kg}$  de cobre sólido, manteniéndolo a una temperatura constante de 0°C. Hallar el trabajo realizado en el proceso.

Datos:  $\rho_{Cu} = 8,93 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , Coeficiente de dilatación lineal  $\alpha_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , coeficiente de compresibilidad  $\kappa = 7,6 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ .

Solución:  $W = -4,37 \text{ J}$ .

9. Una bomba de aire tiene un cilindro de 0,250 m de largo con un pistón móvil. Se utiliza para comprimir aire desde presión atmosférica hacia un gran tanque con una presión manométrica de  $5,10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- El pistón arranca la carrera de compresión en el extremo libre del cilindro. ¿Cuánto se ha movido el pistón a lo largo del cilindro cuando empieza a fluir gas al tanque a alta presión? Suponga que todo el proceso de compresión es adiabático.
  - Si el aire entra en la bomba a 27,0°C, ¿qué temperatura tendrá cuando empiece a pasar al depósito de alta presión?
  - ¿Qué trabajo realiza la bomba para introducir 20,0 moles de aire en el tanque?

Solución: (a)  $l = 18,1 \text{ cm}$ ; (b)  $T = 501,3 \text{ K}$ ; (c)  $W = 8,38 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

10. Un cilindro con un pistón contiene  $0,4 \text{ mol}$  de  $N_2$  a  $2,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  y  $300 \text{ K}$ . Supuesto que el  $N_2$  se comportase como un gas ideal, primero se comprime a presión constante hasta la mitad de su volumen tras lo que se expande adiabáticamente hasta el volumen original y luego, por último, se calienta en forma isócara hasta la presión inicial. Hallar
- Diagrama  $pV$  del proceso.
  - Temperaturas inicial y final de la expansión adiabática.
  - Presión mínima alcanzada en todo el proceso.
  - Trabajo, calor e incremento de energía interna en cada uno de los procesos.

*Solución:* (b)  $T_0 = 150 \text{ K}$ ,  $T_f = 113,7 \text{ K}$ ; (c)  $p = 7,58 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ; (d)  $W_{ab} = -498,8 \text{ J}$ ,  $W_{bc} = 301,8 \text{ J}$ ,  $W_{ca} = 0 \text{ J}$ ,  $Q_{ab} = -1745,9 \text{ J}$ ,  $Q_{bc} = 0 \text{ J}$ ,  $Q_{ca} = 1548,9 \text{ J}$ ,  $\Delta U_{ab} = -1247,1 \text{ J}$ ,  $\Delta U_{bc} = -301,8 \text{ J}$ ,  $\Delta U_{ca} = -1548,9 \text{ J}$ .

11. Un cilindro térmicamente aislado contiene en su interior un mol de gas biatómico a  $10^\circ\text{C}$ . Si duplicamos el volumen que ocupa el gas, calcular el trabajo realizado en la expansión, el calor intercambiado y la variación de la energía interna.

*Solución:*  $Q_{bc} = 0 \text{ J}$ ,  $W = -\Delta U = 1424 \text{ J}$ .

12. Un mol de gas ideal pasa de un estado donde  $p = 10 \text{ atm}$  y  $V = 1 \text{ m}^3$  a otro estado donde  $p = 0,4 \text{ atm}$  y  $V = 5 \text{ m}^3$  a través de dos procesos,  $A$  y  $B$ , cuasiestáticos. En el proceso  $A$  se cumple la relación  $p = 10/V^2$ , mientras que en el  $B$  se cumple que  $p = 12,4 - 2,4V$  donde los coeficientes numéricos vienen dados en las unidades apropiadas según los datos iniciales.
- ¿Cuáles son las unidades de los coeficientes numéricos?
  - Representar ambos procesos en un diagrama  $pV$ .
  - ¿Cuál es el trabajo por mol en cada proceso?

*Solución:* (c)  $W_A = 8,11 \cdot 10^5 \text{ J}$ ,  $W_B = 2,11 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

13. [\*] La ecuación de estado de Van der Waals da una representación más acertada del comportamiento de los gases reales a alta presión que la ecuación de estado de los gases ideales. Esta ecuación es la siguiente

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad ,$$

donde  $a$  y  $b$  son constantes.

- (a) ¿Cuáles son las unidades correctas para  $a$  y  $b$  en el S.I. (teniendo en cuenta que expresamos las masas como  $n$ , el número de moles)? ¿Qué valores de  $a$  y  $b$  nos devolverían a la ecuación de estado para los gases ideales?
- (b) Calcula con esta ecuación de estado el trabajo que realiza un gas en una expansión isotérmica desde un volumen  $V_1$  a un volumen  $V_2$ . Compara el resultado obtenido sustituyendo los valores de  $a$  y  $b$  que conectan con la ecuación de estado del gas ideal con la expresión del trabajo que realiza un gas ideal en una expansión isotérmica.
- (c) Para el cloro gaseoso  $a = 0,658$  y  $b = 5,62 \cdot 10^{-5}$  en las unidades del primer apartado. Calcula el trabajo obtenido al expandirse 2,00 moles de cloro de  $3,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  a  $6,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  a una temperatura constante de  $300 \text{ K}$ . Compara los resultados obtenidos si se supone que el cloro es un gas ideal con los obtenidos suponiendo que cumple la ecuación de Van der Waals.

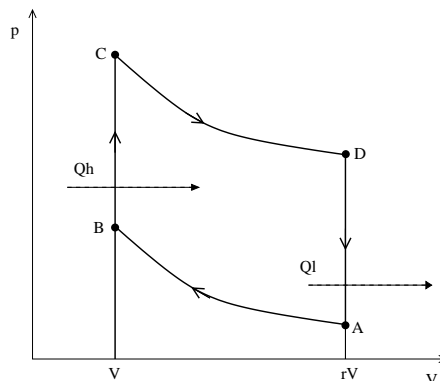
*Solución:* (b)  $W = nRT \ln \left( \frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right) + an^2 \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$ ; (c) Aprox. 10% de diferencia.

14. Una máquina de Carnot cuyo depósito de baja temperatura está a  $200 \text{ K}$  tiene una eficiencia del 40%, siendo necesario aumentar la eficiencia al 50%.
- (a) Si la temperatura del depósito frío permanece constante, ¿cuánto es necesario aumentar la temperatura del foco caliente para alcanzar la nueva eficiencia?
- (b) Y si fuera al contrario, ¿en cuántos Kelvin habría que reducir la temperatura del foco frío?
- (c) ¿Qué ejerce una mayor influencia sobre el rendimiento o eficiencia, subir la temperatura del foco caliente o disminuir la del foco frío?

*Solución:* (a)  $\Delta T = 66,67 \text{ K}$ ; (b)  $\Delta T = 33,33 \text{ K}$ ; (c) Bajar la temperatura del foco frío.

15. En una cámara frigorífica entran del exterior, que está a una temperatura de  $20^\circ\text{C}$ ,  $30000 \text{ cal/h}$ . Sabiendo que la temperatura en el interior de la cámara ha de mantenerse constante a  $T = -15^\circ\text{C}$ , determina la potencia teórica del motor que ha de accionar la máquina frigorífica suponiendo que esta funciona como un ciclo de Carnot. Determina también el consumo de agua de refrigeración si esta eleva su temperatura en  $7^\circ\text{C}$ .

Figura (16)



Solución:  $P = 4,7W$ ,  $\Phi = 1,35\text{ g/s}$ .

16. El **ciclo Otto** es un modelo idealizado de los procesos que tienen lugar en el interior de un motor de gasolina (Ver figura). El ciclo está formado por dos procesos adiabáticos ( $AB$  y  $CD$ ) y dos procesos isócoros ( $BC$  y  $DA$ ), siendo  $r$  la relación entre los volúmenes máximo y mínimo en el ciclo (*relación de compresión*).
- Demostrar que la eficiencia térmica del ciclo Otto es igual a  $\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$ , donde  $\gamma$  es el coeficiente adiabático de la mezcla aire-gasolina.
  - El motor de un coche tiene una relación de compresión  $r = 10,0$  con un consumo de  $9,8 \cdot 10^{-2}$  l/km a  $88,5$  km/h. La gasolina tiene un calor de combustión  $L_c = 4,60 \cdot 10^7$  J/kg y su densidad es de  $740$  kg/m<sup>3</sup>. Determine la razón de consumo de gasolina en l/h a  $88,5$  km/h.
  - Determinar la eficiencia teórica del motor de ciclo Otto. Supón  $\gamma = 1,40$ .
  - Suponiendo que el ciclo opera con la eficiencia teórica, ¿Cuánta potencia (en  $W$  y  $hp$ ) produce el motor a  $88,5$  km/h?
  - Debido a pérdidas y fricción, la eficiencia real es del  $25\%$ , repetir el apartado anterior.
  - Si la potencia máxima es de  $230$  hp, ¿qué fracción de la potencia total se emplea para conducir a una velocidad de  $88,5$  km/h? (Dato:  $1\text{ hp} = 745,7\text{ W}$ )

Solución: (b)  $8,67$  l/h; (c)  $60\%$ ; (d)  $49,2$  kW,  $66,0$  hp; (e)  $20,5$  kW,  $27,5$  hp; (f)  $12\%$ .

17. Una planta experimental generadora de energía eléctrica utiliza el gradiente de temperatura oceánico. La temperatura superficial y del agua profunda es, respectivamente, de  $27,0^{\circ}\text{C}$  y  $6,0^{\circ}\text{C}$ .
- Calcule la eficiencia máxima teórica de esta planta.
  - Si deben producirse 210 kW de potencia, ¿con qué rapidez debe extraerse calor del agua tibia? ¿A qué ritmo debe absorber calor el agua fría? (Suponga una eficiencia igual a la máxima).
  - El agua fría que entra sale a  $10,0^{\circ}\text{C}$ , calcule cuántos litros por hora de agua fría deben fluir por el sistema.

*Solución:* (a)  $\eta = 0,07$ ; (b)  $H_H = 3 \cdot 10^6 \text{ W}$ ,  $H_C = 2,79 \cdot 10^6 \text{ W}$ ; (c)  $\Phi = 161,3 \text{ l/s}$ .

18. Un gas ideal sufre una expansión adiabática y reversible desde  $25^{\circ}\text{C}$  y 200 atm hasta  $-185^{\circ}\text{C}$  y 10 atm. ¿Cuánto vale el coeficiente adiabático  $\gamma$  de dicho gas?

*Solución:*  $\gamma = 1,7$ .

## 6. Entropía y Segundo Principio

1. Se dispone de un volumen de  $1 \text{ m}^3$  de  $\text{H}_2$  a una presión de 10 atm y  $T = 27^{\circ}\text{C}$ . Se le hace sufrir una transformación reversible e isóbara hasta la temperatura de  $150^{\circ}\text{C}$ , suponiéndole un comportamiento de gas ideal. Por otra parte, y a partir idénticas condiciones iniciales, se le somete a una transformación reversible e isoterma, hasta alcanzar el mismo volumen final. Determinar las variaciones de entropía en ambos casos.

*Solución:*  $\Delta S_{AB} = 4062 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{AC} = 1162 \text{ J/K}$ .

2. Dos kilogramos de hielo a  $-10^{\circ}\text{C}$  se ponen en contacto con un foco térmico a  $50^{\circ}\text{C}$  y se funde toda el agua hasta llegar a la temperatura de equilibrio. Suponiendo que no existen pérdidas de calor:
- ¿Es el proceso descrito un proceso reversible o irreversible?
  - Calcula el incremento de entropía que sufre el agua en el proceso descrito.
  - Calcula el incremento total de entropía (agua + entorno).

- (d) ¿De qué forma puede hacerse mínimo este incremento total de entropía? ¿Cuánto valdría en ese caso?

Datos: Calor de fusión del hielo  $L_f = 335 \text{ J g}^{-1}$ , Capacidad calorífica específica del hielo:  $c_h = 2,00 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , Capacidad calorífica específica del agua:  $c_a = 4,19 \text{ J g}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

*Solución:* (a) Irreversible; (b)  $\Delta S_a = 4012,8 \text{ J/K}$ ; (c)  $\Delta S_a = 517,5 \text{ J/K}$ .

3. Se tienen dos máquinas térmicas M1 y M2 en serie funcionando reversiblemente entre dos focos a temperaturas  $T_1 = 490 \text{ K}$  y  $T_2 = 250 \text{ K}$ . Suponiendo que ambas máquinas tienen el mismo rendimiento y que la primera toma  $112 \text{ kcal}$  del foco caliente en cada ciclo, calcular: (a) La temperatura a la que M1 cede calor a M2. (b) El trabajo desarrollado por cada motor. (c) El calor cedido al foco frío.

*Solución:* (a)  $T = 350 \text{ K}$ ; (b)  $W_1 = 32 \text{ kcal}$ ,  $W_2 = 22,9 \text{ kcal}$ ; (c)  $Q_c = 57,1 \text{ kcal}$ .

4. Se calienta una taza que contiene  $250 \text{ cm}^3$  de agua para hacer café. Mientras la temperatura del agua aumenta de  $20,0^\circ\text{C}$  a  $50,0^\circ\text{C}$  la del elemento calefactor permanece constante e igual a  $120,0^\circ\text{C}$ .

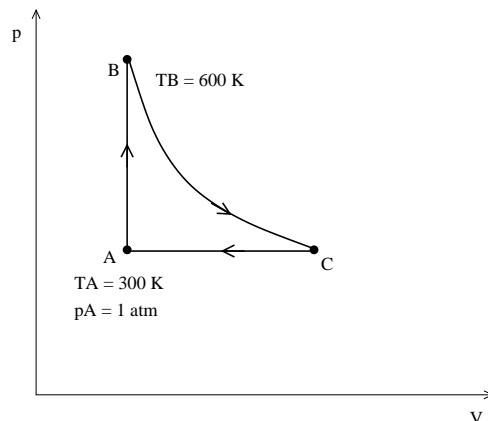
- (a) El proceso descrito, ¿es reversible o irreversible?  
 (b) Calcula  $\Delta S$  para el agua.  
 (c) Calcula  $\Delta S$  para el calefactor.  
 (d) Calcula  $\Delta S$  total.

*Solución:* (a) Irreversible; (b)  $\Delta S_a = 101,9 \text{ J/K}$ ; (c)  $\Delta S_c = -79,8 \text{ J/K}$ ; (d)  $\Delta S_t = 22,1 \text{ J/K}$ .

5. Se vierten  $640 \text{ g}$  de plomo derretido a la temperatura de fusión sobre una gran cantidad de hielo a  $0^\circ\text{C}$ . Hallar cuánto hielo se derrite y la variación que experimenta la entropía en esta transformación una vez que el sistema alcanza el equilibrio. Supóngase que las pérdidas de calor pueden despreciarse. Datos:  $T_f(\text{Pb}) = 327^\circ\text{C}$ ,  $L_f(\text{Pb}) = 2,26 \cdot 10^4 \text{ J/Kg}$ ,  $L_f(\text{H}_2\text{O}) = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/Kg}$ ,  $c_{\text{Pb}} = 126 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4186 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

*Solución:*  $m_h = 122 \text{ g}$ ,  $\Delta S_h = 149,6 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{\text{Pb}} = -87,6 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_T = 62,0 \text{ J/K}$ .

Figura (6)



6. Un motor térmico somete a 0,200 moles de un gas diatómico ideal al ciclo que se muestra en la figura, siendo el proceso  $AB$  isócoro, el  $BC$  adiabático y el  $CA$  isóbarico a 1 atm.
- Calcula el valor de  $p$  y  $V$  en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
  - Calcula  $W$ ,  $Q$  y  $\Delta U$  para cada proceso y sus valores totales en el ciclo.
  - Determina la eficiencia térmica del ciclo y compáralo con el de un ciclo de Carnot entre los mismos focos frío y caliente.
  - Calcula el  $\Delta S$  para cada proceso y el total.

*Solución:* (a)  $V_A = 4,92\text{ l}$ ,  $p_B = 2\text{ atm}$ ,  $V_B = V_A$ ,  $V_C = 7,46\text{ l}$ ,  $p_C = p_A$ ; (b)  $W_{AB} = 0$ ,  $\Delta U_{AB} = Q_{AB} = 1248,5\text{ J}$ ,  $Q_{BC} = 0$ ,  $\Delta U_{BC} = -W_{BC} = -603,2\text{ J}$ ,  $Q_{CA} = -902,7\text{ J}$ ,  $W_{CA} = -257,4\text{ J}$ ,  $\Delta U_{CA} = -644,3\text{ J}$ ,  $Q_T = 345,8\text{ J}$ ,  $W_T = 345,8\text{ J}$ ,  $\Delta U_T = 0$ ; (c)  $\eta = 0,28$ ,  $\eta_{\text{Carnot}} = 0,5$ ; (d)  $\Delta S_{AB} = 2,9\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{BC} = 0$ ,  $\Delta S_{CA} = -2,9\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_T = 0$ .

7. Un calorímetro de cobre, de masa 100 g, contiene 150 g de agua y el conjunto está a  $0,0^\circ\text{C}$ . Se deja caer dentro del calorímetro 100 g de plomo a una temperatura de  $200,0^\circ\text{C}$ . Se pide calcular la temperatura final suponiendo que no existen pérdidas de calor al medio ambiente y el incremento de entropía del calorímetro, el plomo y el agua así como el total.

Datos: Calores específicos  $c_{Cu} = 0,093\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ,  $c_{pb} = 0,031\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ .

*Solución:*  $T_f = 3,8^\circ\text{C}$ ,  $\Delta S_{cal} = 0,54\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{ag} = 8,7\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{pb} = -7,0\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_T = 2,2\text{ J/K}$ .

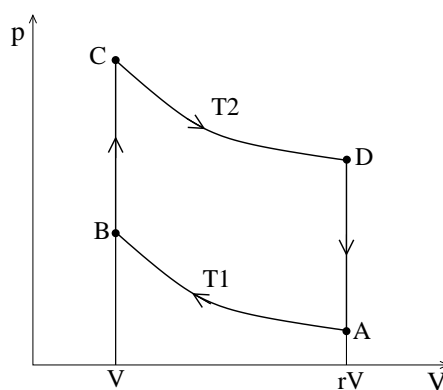


8. Se sumerge un extremo de una varilla de cobre en agua hirviendo a  $100,0^{\circ}\text{C}$  y el otro extremo en una mezcla de hielo y agua a  $0,0^{\circ}\text{C}$ , estando aislados los costados de la varilla. Una vez alcanzado el estado estacionario, cuando pasa cierto tiempo se derriten  $0,180\text{ kg}$  de hielo. Para este lapso de tiempo calcula el incremento de entropía del agua hirviendo, de la mezcla agua-hielo y el cambio de entropía total.

Dato: Calor de fusión del hielo  $L_h = 335\text{ J g}^{-1}$ .

Solución:  $\Delta S_1 = 220,9\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_2 = -161,7\text{ J/K}$ ,  $\Delta S_T = 59,2\text{ J/K}$ .

Figura (9)



9. El **ciclo Stirling** es un ciclo térmico similar al ciclo Otto, con la diferencia de que la compresión y expansión adiabáticas se sustituyen por procesos isoterms (Ver figura). Suponga que la sustancia de trabajo está compuesta por  $n$  moles de gas ideal. Hallar:

- $Q$ ,  $W$  y  $\Delta U$  para cada proceso.
- Los procesos  $BC$  y  $DA$  no implican fuentes de calor externas usándose regeneración (la misma sustancia que transfiere calor al gas lo absorbe de este). Por tanto estos procesos no se toman en consideración en el cálculo de la eficiencia térmica del ciclo Stirling. Explica esta afirmación basándote en los resultados del apartado anterior.
- Halla la eficiencia térmica del motor de Stirling en términos de  $T_1$  y  $T_2$  y compárala con la de un ciclo de Carnot entre las mismas temperaturas.

Solución: (a)  $Q_{AB} = W_{AB} = -nRT_1 \ln r$ ,  $\Delta U_{AB} = 0$ ,  $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = nC_v(T_2 - T_1)$ ,  $W_{BC} = 0$ ,  $Q_{CD} = W_{CD} = -nRT_2 \ln r$ ,  $\Delta U_{CD} = 0$ ,  $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nC_v(T_1 - T_2)$ ,  $W_{DA} = 0$ ; (b)  $Q_{DA} = -Q_{BC}$ ; (c)  $\eta_S = \eta_C$ .

10. Una máquina opera sometiendo a  $n$  moles de  $N_2$  (supuesto gas ideal) que comienzan en el estado  $p_0, V_0, T_0$  al ciclo siguiente: (AB) Transformación isócara hasta  $2p_0$ , (BC) Transformación isóbara hasta  $2V_0$ , (CD) Transformación isócara hasta  $p_0$ , (DA) Transformación isóbara hasta  $V_0$ . Con estos datos:
- Dibuja el diagrama  $pV$  del proceso.
  - Calcula  $Q, W$  y  $\Delta U$  totales y para cada proceso.
  - Calcula la eficiencia térmica del ciclo.
  - Calcula  $\Delta S$  total y para cada proceso.

*Solución:* (b)  $W_{AB} = 0, Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 5/2nRT_0, Q_{BC} = 7nRT_0, W_{BC} = 2nRT_0, \Delta U_{BC} = 5nRT_0, W_{CD} = 0, Q_{CD} = \Delta U_{CD} = -5nRT_0, Q_{DA} = -7/2nRT_0, \Delta U_{DA} = -5/2nRT_0, W_{DA} = -nRT_0$ ; (c)  $\eta = 0,105$ ; (d)  $\Delta S_{AB} = 5/2nR \ln 2, \Delta S_{BC} = 7/2nR \ln 2, \Delta S_{CD} = -5/2nR \ln 2, \Delta S_{DA} = -7/2nR \ln 2$ .

11. Un mol de agua a  $25^\circ\text{C}$  y 1 atm se calienta manteniendo la presión constante y de forma reversible hasta una temperatura de  $100^\circ\text{C}$ . Sabiendo que el coeficiente de dilatación del agua es  $4,0 \cdot 10^{-4} \text{C}^{-1}$  y su capacidad calorífica es  $c_a = 4,186 \text{ J/gK}$ , calcular los incrementos de entalpía, energía interna y entropía en el proceso descrito.

*Solución:*  $\Delta H = 5,65 \text{ kJ}, \Delta U \simeq \Delta H, \Delta S = 16,9 \text{ J/K}$ .

12. En un ciclo de Carnot descrito por un mol de un gas ideal diatómico ( $\gamma = 1,4$ ) la temperatura del foco caliente es de 600 K, el aumento de volumen en la expansión isoterma es del 100% y el trabajo realizado en la expansión adiabática igual a 5000 J. Se pide calcular:
- Temperatura del foco frío.
  - Rendimiento del ciclo.
  - Calor absorbido del foco caliente.
  - Calor cedido al foco frío.
  - Incremento de entalpía de cada proceso y total.

*Solución:* (a)  $T_C = 359,4 \text{ K}$ ; (b)  $\eta = 0,401$ ; (c)  $Q_H = 3457,7 \text{ J}$ ; (d)  $Q_C = -2071,2 \text{ J}$ ; (e)  $\Delta H_1 = 0, \Delta H_2 = -7001,2 \text{ J}, \Delta H_3 = 0, \Delta H_4 = 7001,2 \text{ J}$ .

13. Los datos de la lista siguiente corresponden a motores que operan entre focos térmicos a  $750^{\circ}\text{C}$  y  $50^{\circ}\text{C}$ . Determinar en cada caso si los datos proporcionados indican si el ciclo es reversible, irreversible o imposible.
- (a)  $Q_C = 1000 \text{ J}$ ,  $W = 650 \text{ J}$ .
  - (b)  $Q_H = 500 \text{ J}$ ,  $Q_C = 2000 \text{ J}$ .
  - (c)  $Q_C = 1500 \text{ J}$ ,  $\eta = 0,50$ .
  - (d)  $W = 438 \text{ J}$ ,  $Q_H = 6400 \text{ J}$ .

*Solución:* (a) irreversible, (b) imposible, (c) irreversible, (d) reversible.

## 7. Conducción del Calor

1. Se suelda el extremo de una barra de acero de 10 cm de longitud al extremo de una barra de plata de 25 cm de longitud, ambas con una sección transversal cuadrada de 2 cm de lado. El extremo libre de la barra de acero se pone en contacto con vapor de  $H_2O$  a  $100^{\circ}\text{C}$  y el extremo libre de la barra de plata se pone en contacto con hielo a  $0^{\circ}\text{C}$ . Una vez alcanzado el estado estacionario hallar:
- (a) Temperatura de la soldadura.
  - (b) Flujo calorífico por unidad de tiempo.
  - (c) Temperatura a tres centímetros de ambos extremos.

Datos:  $K_{ac} = 50,2 \text{ J s}^{-1}\text{m}^{-1}\text{C}^{-1}$ ,  $K_{ag} = 406 \text{ J s}^{-1}\text{m}^{-1}\text{C}^{-1}$ .

*Solución:* (a)  $23,6^{\circ}\text{C}$ ; (b)  $15,3 \text{ W}$ ; (c) ac:  $77,1^{\circ}\text{C}$ , Ag:  $2,8^{\circ}\text{C}$

2. Se fabrica una nevera portátil de forma cúbica con seis paneles de material aislante de  $100 \text{ cm}^2$  de sección transversal y 3 cm de espesor, con coeficiente de conductividad térmica  $K = 0,1 \text{ J/sm}^{\circ}\text{C}$ . Si se llena la nevera con hielo y cerveza a  $0^{\circ}\text{C}$  para una excursión de seis horas a la playa en verano, con una temperatura de  $35^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál es la cantidad mínima de hielo necesaria para que tras las seis horas de excursión la cerveza permanezca a  $0^{\circ}\text{C}$ ? Dato: Calor de fusión del hielo  $L_h = 335 \text{ J/g}$ .

*Solución:*  $m_h = 451 \text{ g}$ .

3. Una barra está inicialmente a  $0^{\circ}\text{C}$ . Se mantiene un extremo a  $0^{\circ}\text{C}$  y el otro se coloca a  $85^{\circ}\text{C}$ . Suponemos que todo el flujo de calor es longitudinal, siendo la sección transversal de la barra de  $2\text{ cm}^2$ , su longitud  $100\text{ cm}$  y la conductividad térmica  $K = 0,8\text{ cal s}^{-1}\text{cm}^{-1}\text{C}^{-1}$ . La densidad de la barra es  $\rho = 10\text{ g/cm}^3$  y su capacidad calorífica específica es  $0,1\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ . Considérese un elemento de longitud de la barra de  $1\text{ cm}$  de longitud:
- Si el gradiente de temperatura en un extremo de este elemento es  $200^{\circ}\text{C cm}^{-1}$ , ¿cuántas calorías pasan por segundo a través de este extremo?
  - Si la temperatura media del elemento se eleva a razón de  $5^{\circ}\text{C/s}$ , ¿cuál es el gradiente de temperatura en el otro extremo del elemento?

*Solución:* (a)  $320\text{ cal/s}$ ; (b)  $194^{\circ}\text{C/cm}$ .

4. [\*] Un recipiente con fondo de acero de  $1,5\text{ cm}$  de espesor está sobre un foco térmico. La sección transversal del fondo del recipiente es de  $1500\text{ cm}^2$ , el agua está a  $100^{\circ}\text{C}$ , evaporándose cada cinco minutos  $750\text{ g}$  de agua. Hállese la temperatura de la superficie inferior del recipiente en contacto con el foco térmico, el incremento de entropía por segundo del foco térmico y del agua. Datos: Calor de ebullición del agua  $L_v = 2256\text{ J g}^{-1}$ ,  $K_{ac} = 50,2\text{ J/(s m }^{\circ}\text{C)}$ .

*Solución:*  $T = 111,2^{\circ}\text{C}$ ,  $\Delta\dot{S}_f = -14,68\text{ J/Ks}$ ,  $\Delta\dot{S}_a = 15,12\text{ J/Ks}$ .

5. En la superficie de un lago la temperatura es de  $-10^{\circ}\text{C}$ , formándose una capa de hielo de  $10\text{ cm}$  de espesor. El agua bajo esta capa se encuentra a  $0^{\circ}\text{C}$  ¿A qué ritmo aumenta el espesor de la capa de hielo si el calor de fusión del agua que se congela bajo la capa se conduce a través de esta?

Datos:  $K_{hielo} = 1,6\text{ J s}^{-1}\text{m}^{-1}\text{C}^{-1}$ ,  $\rho_{hielo} = 0,92\text{ g cm}^{-3}$ ,  $L_h = 335\text{ J g}^{-1}$ .

*Solución:*  $V = 4,78\text{ }10^{-7}\text{ m/s}$ .

6. [\*] Una capa esférica de conductividad térmica  $K$  y radios interior y exterior  $a$  y  $b$ , respectivamente, está a una temperatura interior  $T_a$  y exterior  $T_b$ .
- Calcular la corriente calorífica total a través de la capa.
  - Deducir la temperatura de la capa en función del radio.

*Solución:* (a)  $H = \frac{4\pi Kab(T_b - T_a)}{a - b}$ ; (b)  $T = T_a + (T_b - T_a) \frac{b}{a - b} \frac{1 - r/a}{r/a}$ .

7. Medio litro de agua a  $T = 20^\circ\text{C}$  llena completamente un cilindro de material aislante con una de sus bases de acero, con  $1\text{ cm}$  de espesor y  $10\text{ cm}^2$  de sección. Esta base está en contacto con un foco térmico a  $80^\circ\text{C}$ . Calcúlese la temperatura del agua a los cinco y diez minutos de actuar el foco. Datos:  $K_{ac} = 50,2\text{ J s}^{-1}\text{ m}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $\rho_a = 1\text{ g cm}^{-3}$ ,  $c_a = 4,186\text{ J g}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

*Solución:*  $T(5\text{ min}) = 53,4^\circ\text{C}$ ,  $T(10\text{ min}) = 69,6^\circ\text{C}$ .

8. Se sueldan barras de cobre, latón y acero formando una Y. La sección de cada barra es de  $2\text{ cm}^2$ . Se mantiene el extremo de la barra de cobre a  $100^\circ\text{C}$  y los extremos de las barras de latón y acero a  $0^\circ\text{C}$ . Las longitudes de las barras son  $L_{Cu} = 46\text{ cm}$ ,  $L_{La} = 13\text{ cm}$  y  $L_{ac} = 12\text{ cm}$ . Despreciando las pérdidas de calor a través de la superficie de las barras,

- (a) ¿Cuál es la temperatura de la soldadura común?  
 (b) ¿Cuál es la corriente calorífica en la barra de cobre?

Datos:  $K_{ac} = 50,2\text{ J s}^{-1}\text{ m}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $K_{Cu} = 385\text{ J s}^{-1}\text{ m}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ,  $K_{La} = 109\text{ J s}^{-1}\text{ m}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

*Solución:* (a)  $T_s = 40^\circ\text{C}$ , (b)  $H = 10\text{ J/s}$ .

9. El poder emisor del wolframio es  $e = 0,35$ . Se suspende una esfera de  $1\text{ cm}$  de radio en una cavidad en la que se ha hecho el vacío y con paredes a  $300\text{ K}$ . ¿Qué potencia es necesario suministrar para mantener la esfera a una temperatura  $T = 3000\text{ K}$  si se desprecia la conducción de calor en los soportes?

*Solución:*  $H = 0,2\text{ MW}$ .

10. Una vasija metálica cilíndrica de  $10\text{ cm}$  de altura y  $5\text{ cm}$  de diámetro contiene helio líquido a  $4\text{ K}$ , temperatura a la cual su calor de vaporización es  $20\text{ J g}^{-1}$ . Rodeando completamente la vasija del helio hay paredes que se mantienen a la temperatura del nitrógeno líquido,  $80\text{ K}$ , y se ha hecho el vacío en el espacio entre las dos vasijas. ¿Cuánto helio se evapora por hora? Supóngase que la energía radiante emitida por el helio es  $0,2$  veces la de un cuerpo negro a  $4\text{ K}$ .

*Solución:*  $m_{He} = 1,6\text{ g}$ .

## 8. Movimiento Armónico Simple y Ondulatorio

1. Un oscilador armónico tiene una masa de  $0,200 \text{ kg}$  y una  $K = 140 \text{ N/m}$ . Calcule su periodo y su frecuencia angular.

*Solución:*  $T = 0,24 \text{ s}$ ,  $\omega = 26,5 \text{ Hz}$ .

2. Una cuerda de guitarra vibra a una frecuencia de  $440 \text{ Hz}$ . Un punto de dicha cuerda se mueve con un M.A.S. de amplitud  $A = 0,3 \text{ mm}$  y fase  $\phi = 0$ .

- (a) ¿Cuál es el valor máximo del módulo de la velocidad y aceleración del punto de la cuerda en cuestión?
- (b) Otra cuerda se mueve con una amplitud tres veces mayor y la tercera parte de la frecuencia. ¿Qué magnitud máxima tienen la velocidad y aceleración de esta segunda cuerda?

*Solución:* (a)  $v_M = 829,4 \text{ mm/s}$ ,  $a_M = 2,3 \cdot 10^6 \text{ mm/s}^2$ ; (b)  $v'_M = 829,4 \text{ mm/s}$ ,  $a'_M = 7,7 \cdot 10^5 \text{ mm/s}^2$ .

3. La escala de una balanza de resorte cuando marca de  $0$  a  $180 \text{ N}$  aumenta  $9 \text{ cm}$  de longitud. Un pez suspendido de la balanza oscila verticalmente con una frecuencia  $\nu = 2,60 \text{ Hz}$ . ¿Qué masa tiene el pez? Ignórese la masa del resorte.

*Solución:*  $m = 7500 \text{ g}$ .

4. Un oscilador que se mueve con MAS de amplitud  $A_1$  ve reducida su amplitud a la mitad. Diga cómo afecta este cambio al periodo, la frecuencia y la frecuencia angular del oscilador. Calcule la variación que han sufrido la energía mecánica total, la velocidad máxima, y las energías cinética y potencial en  $x = A_1/4$ .

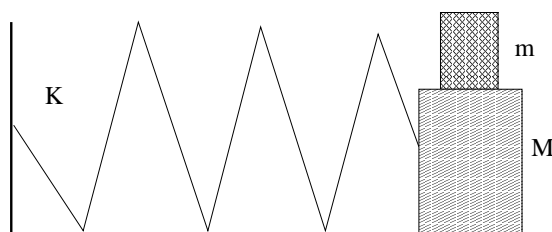
*Solución:*  $T' = T$ ,  $\nu' = \nu$ ,  $\omega' = \omega$ ,  $E'_M = E_M/4$ ,  $v'_{Max} = v_{Max}/2$ ,  $E'_c(A_1/4) = E_c(A_1/4)/5$ ,  $E'_p(A_1/4) = E_p(A_1/4)$

5. Un bloque está sometido a un movimiento armónico simple con amplitud  $A = 0,1 \text{ m}$  sobre una superficie horizontal y sin fricción. En un punto con un desplazamiento  $x_1 = 0,06 \text{ m}$  respecto al punto de equilibrio la velocidad del bloque es  $v_1 = 0,36 \text{ m/s}$ . Hallar: (a) El periodo del oscilador, (b) el valor del desplazamiento si la velocidad  $v = 0,12 \text{ m/s}$  y (c) el coeficiente de rozamiento estático entre un objeto de masa mucho menor a la del bloque y que

se encuentra sobre él y el bloque si cuando el bloque cambia de sentido el objeto está a punto de ponerse en movimiento.

*Solución:* (a)  $T = 1,4$  s, (b)  $x = \pm 0,096$  m, (c)  $\mu_s = 0,21$ .

Figura (6)



6. Un bloque de masa  $M$  descansa sobre una superficie sin fricción y está conectado a un resorte horizontal de constante de fuerza  $K$  que en su otro extremo está unido a una pared. Un segundo bloque, de masa  $m$  está sobre el primero, siendo el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie de ambos bloques igual a  $\mu_s$ . Determinar la amplitud máxima de oscilación de ambos bloques que no hace que el bloque superior resbale.

*Solución:*  $A < \mu_s g(M + m)/K$ .

7. En la superficie terrestre un péndulo simple tiene un periodo  $T = 1,60$  s. ¿Qué periodo tendrá en la luna, donde  $g = 1,62$  m/s<sup>2</sup>?

*Solución:*  $T_l = 3,96$  s.

8. Un cubo de madera de arista  $a$  y densidad relativa  $\rho_r = 0,5$  flota en agua. Si se hunde ligeramente el cubo comienza a oscilar en torno a su posición de equilibrio describiendo un movimiento armónico simple. Calcular la frecuencia de dicho movimiento.

*Solución:*  $\omega = \sqrt{\frac{2g}{a}}$ .

9. Un reloj de péndulo tiene un periodo de 2 s a una temperatura de 25°C y está construido en acero. Si el péndulo se asimila a uno ideal, a) calcular la variación relativa de longitud de la varilla cuando la temperatura pasa a 15°C teniendo en cuenta que el coeficiente de dilatación volumétrico del acero es  $\beta = 3,6 \times 10^{-5}$  K<sup>-1</sup>. b) ¿Cuántos segundos por día adelantará o atrasará el reloj a 15°C?

*Solución:*  $\Delta L/L = -0,012\%$ ; a  $15^\circ\text{C}$  el péndulo adelanta  $5,18\text{ s}$  diariamente.

10. Si la amplitud es suficientemente alta el oído humano es capaz de responder a ondas longitudinales en una gama de frecuencias que va desde los  $20\text{ Hz}$  a los  $20000\text{ Hz}$ . Calcule las longitudes de onda correspondientes a estas frecuencias si el sonido se propaga en el aire ( $v = 344\text{ m/s}$ ) o en el agua ( $v_a = 1480\text{ m/s}$ ).

*Solución:*  $\lambda_{\text{aire}} = (17,2; 0,0172)\text{ m}$  y  $\lambda_{\text{agua}} = (74; 0,074)\text{ m}$ .

11. Una onda transversal en un hilo tiene  $v = 12\text{ m/s}$  y amplitud  $A = 0,05\text{ m}$  con longitud de onda  $\lambda = 0,8\text{ m}$ . Las ondas viajan en el sentido positivo de  $x$  y en  $t = 0$  el extremo  $x = 0$  tiene un desplazamiento nulo y se mueve hacia abajo. Calcular:

- Frecuencia, periodo y número de onda de esta onda.
- Función de onda asociada.
- Desplazamiento transversal del punto con  $x = 0,25\text{ m}$  para  $t = 0,1\text{ s}$ .
- ¿Cuánto tiempo debe pasar tras  $t = 0,1\text{ s}$  para que el punto en  $x = 0,25\text{ m}$  tenga un desplazamiento nulo?

*Solución:*  $v = 15\text{ Hz}$ ;  $K = 7,86\text{ m}^{-1}$ ;  $y(x, t) = -0,05 \sin(94,25t - 7,86x)$ ;  $y = -0,046\text{ m}$ ;  $t = 0,0208\text{ s}$ .

12. Una ambulancia con su sirena funcionando ( $v = 300\text{ Hz}$ ) se mueve hacia un muro a  $v_s = 30\text{ m/s}$ . ¿Qué frecuencia escucha el conductor para el eco del sonido de la sirena en el muro? ¿Y si se aleja en vez de acercarse al muro?

*Solución:*  $v_L = 358\text{ Hz}$ ;  $v_L = 251,4\text{ Hz}$ .

13. Hallar el desplazamiento de un punto a distancia  $l = \lambda/12$  del origen, en el instante  $t = T/6$  para una onda con amplitud  $A = 0,6\text{ cm}$  que se mueve (a) hacia la derecha (b) hacia la izquierda.

*Solución:* (a)  $x = 0,3\text{ cm}$ ; (b)  $x = 0,6\text{ cm}$ .

14. Cuando un tren pasa frente a un observador inmóvil este advierte que el tono del pitido de la locomotora varía de forma brusca. ¿Qué tanto por ciento de la frecuencia real del tono constituye esta variación si el tren pasa a una velocidad de  $60\text{ km/h}$ ?

*Solución:*  $\Delta v = 9,8\%$ .



## 9. Hidrostática

1. Un tubo en U de 1 cm de diámetro se coloca verticalmente y se llena en parte con mercurio. En una de sus ramas se vierten 30 g de agua y en otra 60 g de alcohol. ¿Qué desnivel presentan las dos superficies del mercurio? ¿Y las superficies libres de los líquidos? Datos:  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cc}$ ,  $\rho_{\text{Alcohol}} = 0,8 \text{ g/cc}$ .

*Solución:*  $h_{\text{Hg}} = 2,8 \text{ cm}$ ,  $h_l = 54,5 \text{ cm}$ .

2. Un cubo de madera de 5 cm de arista y densidad  $0,6 \text{ g/cm}^3$  flota en agua. Hállese: (a) su línea de flotación y (b) la sobrecarga que se le puede poner encima sin que se hunda.

*Solución:* (a)  $h = 3,0 \text{ cm}$ , (b)  $m_s = 50,0 \text{ g}$ .

3. [\*] Una esfera de corcho de densidad  $\rho = 0,24 \text{ g/cm}^3$  y radio 5 cm, se sumerge en agua de forma que su parte superior queda a 10 cm de la superficie. En este momento se suelta. Determinar: (a) El tiempo que tarda en llegar a la superficie. (b) La fracción de volumen que emerge al quedar en equilibrio. (c) La altura del casquete que emerge.

*Solución:* (a)  $t = 0,08 \text{ s}$ ; (b)  $f = 76\%$ ; (c)  $h = 7,6 \text{ cm}$ .

4. Se deja caer un cuerpo de densidad  $\rho = 0,6 \text{ g/cc}$ , desde una altura de 10 m, sobre la superficie del mar ( $\rho = 1,022 \text{ g/cc}$ ). Calcular la profundidad hasta la que llega el cuerpo y el tiempo que tarda en llegar a la superficie. Para simplificar el problema no se tenga en cuenta ni la viscosidad ni la tensión superficial del fluido.

*Solución:*  $h = 14,3 \text{ m}$ ,  $t = 2,04 \text{ s}$ .

5. Una esfera hueca construida con un material de densidad  $\rho = 7 \text{ g/cm}^3$  y masa  $10 \text{ Kg}$  flota en el agua de forma que su línea de flotación pasa por el centro de la esfera. Calcular: (a) El espesor de la esfera. (b) Cuántos perdigones de  $0,1 \text{ g}$  debemos introducir en la esfera para que ésta se hunda y se quede en equilibrio en el seno del líquido (sin irse al fondo).

*Solución:* (a)  $e = 0,40 \text{ cm}$ ; (b)  $N = 10^5$  perdigones.

6. ¿Qué radio mínimo debe poseer un globo hinchado con hidrógeno para que sea capaz de elevar una masa de  $1000 \text{ Kg}$ ?  $\rho_{\text{H}_2} = 0,090 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{Aire}} = 1,293 \text{ kg/m}^3$ .

Solución: 5,83 m.

7. Se echa un cubo de plástico en una vasija que contiene agua y una capa de aceite ( $\rho = 0,85 \text{ g/cm}^3$ ). El cubo se queda flotando entre el agua y el aceite con  $3/4$  de su arista sumergido en agua. ¿Cuál es la densidad del plástico?

Solución:  $\rho_p = 0,96 \text{ g/cm}^3$ .

8. Un cuerpo tiene una masa de  $0,5 \text{ kg}$ . Sumergido en agua tiene un peso aparente de  $4 \text{ N}$  y sumergido en aceite pesa  $4,5 \text{ N}$ . ¿Cuáles son la densidad del cuerpo y del aceite?

Solución:  $\rho_c = 5,45 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_a = 0,45 \text{ g/cm}^3$ .

9. Un bloque de madera de  $50 \text{ kg}$  de masa y con una densidad  $\rho = 0,75 \text{ g/cm}^3$  es lastrado con plomo ( $\rho = 11,3 \text{ g/cm}^3$ ), de forma que flota en el agua del mar ( $\rho = 1,025 \text{ g/cm}^3$ ) quedándose sumergidos  $3/4$  del volumen. ¿Cuál es la masa de plomo que se ha empleado?

Solución:  $M = 1,37 \text{ kg}$ .

10. [\*] Una semiesfera hueca de  $5 \text{ kg}$  de masa, que carece de fondo, está apoyada en un plano, por su plano diametral. Por un agujero practicado en la parte superior se vierte agua. Hallar la altura  $h$  que alcanzará el agua en la semiesfera antes de que ésta se levante del plano.

Solución:  $h = 16,84 \text{ cm}$ .

11. En un recipiente cilíndrico de sección  $S = 5 \text{ cm}^2$  se echan  $50 \text{ cm}^3$  de agua ( $\rho_a = 1 \text{ g/cc}$ ) y  $40 \text{ cm}^3$  de aceite ( $\rho_{ac} = 0,8 \text{ g/cc}$ ), quedando este último por encima del agua. A continuación, se introduce un cilindro de sección  $s = 4 \text{ cm}^2$ , altura  $h = 10 \text{ cm}$  y densidad  $\rho = 0,9 \text{ g/cc}$ . Calcular la fracción de altura sumergida en agua y las alturas de los dos líquidos.

Solución:  $50\%$ ,  $h_a = 14 \text{ cm}$ ,  $h_{ac} = 12 \text{ cm}$ .

12. Una campana para buzos tiene forma cilíndrica y  $3 \text{ m}$  de altura. Se sumerge en agua de forma que su base quede a  $10 \text{ m}$  de profundidad. ¿Qué altura ocupará el agua dentro la campana? Se supone que la temperatura del agua permanece constante.

Solución:  $137 \text{ cm}$ .

13. Considérese que la temperatura al subir en la atmósfera disminuye  $6,5^{\circ}\text{C}$  cada km. Si la temperatura a nivel del mar es de  $25^{\circ}\text{C}$ , ¿A qué altura habría que subir para que la presión se redujera a  $1/2$  de la que existe a nivel del mar?

Datos:  $M_{\text{aire}} = 28,96 \text{ g/mol}$ ,  $R = 8,314 \text{ J/mol K}$ .

*Solución:* 5669 m.

14. [\*] Sea una semiesfera hueca pegada a una pared de forma que el cierre resulte hermético y la presión en el interior de la esfera inferior a la atmosférica. Obtener la expresión general de la fuerza que habría que aplicar perpendicularmente a la pared para despegar dicha esfera. Expresar el resultado en términos de la diferencia de presión entre el interior y el exterior,  $\Delta P$ , y el radio de la semiesfera,  $R$ . Particularizar para  $\Delta P = 0,9 \text{ atm}$  y  $R = 30,5 \text{ cm}$ . Si la semiesfera estuviera pegada al techo, ¿qué masa podría soportar?

*Solución:*  $F = \pi R^2 \Delta P$ ,  $2,72 \text{ Tm}$ .

15. Se mezclan dos volúmenes  $V_1$  y  $V_2$  de dos sustancias con densidades  $\rho_1$  y  $\rho_2$ . Si suponemos que dichas sustancias son miscibles. Calcular la densidad de la mezcla.

*Solución:*  $\rho = \frac{V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2}{V_1 + V_2}$ .

16. Un globo de  $500 \text{ m}^3$  de volumen ha de llenarse de hidrógeno a presión atmosférica. Si el hidrógeno se almacena en cilindros de 75 l a una presión absoluta de  $20 \cdot 10^6 \text{ Pa}$  ¿Cuántos cilindros serán necesarios? ¿Qué peso total podrá sostener el globo en el aire a  $T = 0^{\circ}\text{C}$  y  $p = 1 \text{ atm}$ ? Si en vez de hidrógeno llenáramos el globo de helio ( ${}^4\text{He}$ ), ¿cuál sería el peso que podría sostener?

Datos:  $M_{\text{aire}} = 28,96 \text{ g/mol}$ ,  $R = 8,314 \text{ J/mol K}$ .

*Solución:* 34 cilindros,  $m_H = 601 \text{ kg}$ ,  $m_{He} = 550 \text{ kg}$ .

17. Se sospecha que una pieza de oro puro ( $\rho = 19,3 \text{ g/cc}$ ) tiene una burbuja de aire en su centro. El peso de la pieza en el aire es de 382,5 dyn mientras que si la sumergimos en agua el peso disminuye a unas 362,2 dyn. ¿Cuál es el volumen de la burbuja en el centro de la pieza de oro?

*Solución:*  $V_b = 7,14 \cdot 10^{-4} \text{ cc}$ .

## 10. Fenómenos de Superficie

1. Calcule la tensión superficial de la acetona sabiendo que tiene una densidad igual a  $0,790 \text{ g/cm}^3$  y que su ascenso capilar es de  $2,56 \text{ cm}$  en un tubo de radio interior igual a  $0,0234 \text{ cm}$ . Suponer que el ángulo de contacto es cero.

*Solución:*  $23,2 \text{ dyn/cm}$ .

2. ¿En qué relación han de estar los radios de dos tubos capilares para que, introducidos en sendos líquidos, de tensión superficial  $\gamma_1 = 3,3 \text{ dyn/cm}$  y  $\gamma_2 = 1,65 \text{ dyn/cm}$ , y densidades  $0,6 \text{ g/cc}$  y  $0,9 \text{ g/cc}$ , respectivamente, estos alcancen la misma altura en ambos capilares? Supóngase que el ángulo de contacto es cero en ambos casos.

*Solución:*  $R_1/R_2 = 3$ .

3. Con ayuda de un cuentagotas se vierten 100 gotas de agua, que en total pesan  $2,46 \text{ g}$ . Igualmente se pesan otras 100 gotas de un líquido problema, siendo  $1,08 \text{ g}$  el resultado de esta medida. Hállese el valor de la tensión superficial del líquido problema sabiendo que la tensión superficial del agua a la temperatura de la experiencia es  $\gamma = 73,0 \text{ dyn/cm}$ .

*Solución:*  $\gamma = 32,1 \text{ dyn/cm}$ .

4. En una gota de agua, de  $2 \text{ mm}$  de radio, determinar:
- La sobrepresión debida a la tensión superficial.
  - La fuerza total sobre toda la superficie de la gota por causa de la tensión superficial.
  - La energía potencial de la superficie.

Dato:  $\sigma_{\text{agua}} = 75,0 \text{ dyn/cm}$ .

*Solución:* (a)  $\Delta P = 750 \text{ barias}$ ; (b)  $F = 377 \text{ dyn}$ ; (c)  $E_p = 37,7 \text{ erg}$ .

5. Un litro de agua ha sido pulverizado en gotitas de  $1 \text{ mm}$  de diámetro. Determinar la variación de energía potencial que se ha producido a causa de la tensión superficial.

Dato:  $\sigma_{\text{agua}} = 72,8 \text{ din/cm}$ .

*Solución:*  $0,446 \text{ J}$ .

6. Un alambre en forma de U se moja con agua a  $20^{\circ}\text{C}$ . Sobre este alambre corre un alambre deslizante que tiene una longitud de  $0,1\text{ m}$  y una masa de  $1\text{ g}$ :
- ¿Cuánto vale la fuerza debida a la tensión superficial?
  - Si el alambre se halla en equilibrio, ¿cuánto vale la masa que hay que colgar del alambre para lograr este equilibrio?

Dato:  $\sigma_{\text{agua}} = 72,8\text{ din/cm}$ .

Solución: (a)  $F = 1456\text{ din}$ ; (b)  $m = 0,486\text{ g}$ .

7. La savia que sube por el sistema de capilares de los árboles es esencialmente agua. Si consideramos que dichos capilares tienen un radio  $r = 2,5 \times 10^{-5}\text{ m}$  y el ángulo de contacto es de  $0^{\circ}$ . Calcular hasta que altura puede subir la savia en un árbol a una temperatura  $T = 20^{\circ}\text{C}$ .  $\sigma_{\text{agua}} = 72,8\text{ din/cm}$ .

Solución:  $0,594\text{ m}$

8. La presión atmosférica normal sostiene una columna de mercurio de  $760\text{ mm}$  de altura. Un barómetro de mercurio consiste en un tubo de vidrio lleno de mercurio. ¿Cuál ha de ser el radio mínimo del tubo para que los efectos debidos a la capilaridad del mercurio sean menores que el  $0,01\%$  de la altura de la columna? El ángulo de contacto vale  $140^{\circ}$  y  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6\text{ g/cc}$ ,  $\sigma_{\text{Hg}} = 0,465\text{ N/m}$ .

Solución:  $7\text{ cm}$ .

## 11. Dinámica de Fluidos. Fluidos reales.

1. Demostrar que el caudal que pasa por un tubo de Venturi es  $Q = S_a S_b \sqrt{\frac{2gh}{S_a^2 - S_b^2}}$ . Donde  $S_a$  y  $S_b$  son las secciones del tubo en los puntos  $a$  y  $b$ , y  $h$  es la diferencia de altura de dos columnas de líquido situados sobre  $a$  y  $b$ .
2. Por una cañería de sección  $S_1 = 30\text{ cm}^2$  y  $S_2 = 18\text{ cm}^2$  en dos puntos distintos, circula un líquido perfecto de densidad  $\rho = 1,0\text{ g/cm}^3$ , con un gasto de  $9,0\text{ kg/s}$ . En dos tuberías verticales situadas sobre las zonas de sección  $S_1$  y  $S_2$ , respectivamente, hay un líquido en reposo de densidad  $\rho' = 0,80\text{ g/cm}^3$ . Determinar el desnivel,  $h$ , entre las dos zonas con sección  $S_1$  y  $S_2$  para que la altura alcanzada por el líquido en las dos columnas verticales sea idéntica. Despreciar los radios de las tuberías al llevar a cabo los cálculos.

*Solución:*  $h = 408,2 \text{ cm}$ .

3. Por una tubería horizontal de secciones  $S_1 = 10 \text{ cm}^2$  y  $S_2 = 5 \text{ cm}^2$  circula agua con un caudal de  $1 \text{ dm}^3/\text{s}$ . Después del punto 2 la tubería se abre a la atmósfera de nuevo con sección  $S_1$ . En la zona de menor sección hay conectado un tubo vertical que llega hasta un depósito de agua abierto a la atmósfera. ¿Hasta qué altura, medida desde la superficie del agua del depósito, ascenderá el agua? Considerar que en la cañería el agua fluye de 1 a 2.

*Solución:*  $h = 15,3 \text{ cm}$ .

4. [\*] Un recipiente en forma de cono circular hueco de altura  $H$  y radio  $R$ , sin base y con el vértice hacia abajo, se llena de agua. En el vértice se practica un orificio circular muy pequeño, cuyo radio es la  $n$ -ésima parte del radio de la base del cono. Calcular el tiempo transcurrido hasta que se vacía la mitad del volumen contenido en el depósito.

Dato:  $V(\text{cono}) = \pi R^2 H / 3$ .

*Solución:*  $T = \frac{n^2}{52^{\frac{1}{3}}} \sqrt{\frac{H}{g}}$ .

5. ¿Cuánto debe valer  $n$  en el cono del problema 4 para que la velocidad de salida por el orificio inferior,  $v$ , sea al menos cien veces la velocidad de la superficie libre del líquido en el cono,  $V$ , cuando se ha vaciado la mitad del volumen? Calcular ambas velocidades en el caso  $H = 1 \text{ m}$  y  $n$  el menor entero que cumple la condición anterior.

*Solución:*  $n = 8, v = 3,9 \text{ m/s}, V = 0,039 \text{ m/s}$ .

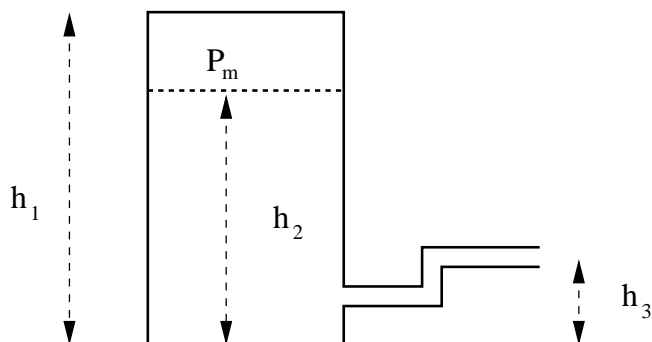
6. Por un tubo vertical de diámetro  $D$  sale un líquido incompresible. La vena líquida disminuye su diámetro a la cuarta parte después de haber caído los primeros  $2,04 \text{ cm}$ . Calcular la velocidad con la que sale el líquido del tubo.

*Solución:*  $v = 0,0396 \text{ m/s}$ .

Figura problema 7

7. Un gran depósito de agua de altura total  $h_1 = 4 \text{ m}$  tiene conectada una manguera, y está sellado en su parte superior, con aire comprimido entre la superficie de agua y la tapa a una presión manométrica de  $p_m = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  cuando  $h_2 = 3 \text{ m}$  (Ver figura). Supóngase que al salir el agua el aire sobre ella se dilata isotérmicamente.

**Departamento de Física Aplicada**  
**Universidad de Huelva**



- Calcular la velocidad de salida del agua por la manguera (punto A,  $h_3 = 1\text{ m}$ ) cuando  $h_2 = 3\text{ m}$  y cuando  $h_2 = 2\text{ m}$ .
- ¿Se detendrá el flujo si  $h_2 = h_3 = 1\text{ m}$ ? ¿Por qué? ¿Cuál será entonces el valor de  $h_2$  para el que deja de salir agua del depósito?
- Si se tiene un depósito idéntico al del caso anterior, con  $h_2 = 3\text{ m}$ , pero a una temperatura  $T'$  mayor, de manera que la velocidad de salida es doble de la primera,  $v'_A = 2v_A$ , cuál es la relación entre las temperaturas de los dos casos.

*Solución:* (a)  $v = 15,5\text{ m/s}$ ,  $v = 4,43\text{ m/s}$ ; (b) No,  $h_2 = 1,824\text{ cm}$ ; (c)  $T'/T = 2,8$ .

- Una corriente de agua circula por un tubo de 30 cm de diámetro que se prolonga con otro de 5,0 cm de diámetro. Ambos se encuentran situados en posición vertical. Un manómetro señala una diferencia de presión de 200 mmHg entre dos puntos, uno de cada tubo, situados a 1,0 m de la unión entre los dos tubos. Calcular la velocidad del fluido en ambos tubos.

*Solución:*  $v_1 = 27\text{ cm/s}$ ,  $v_2 = 960\text{ cm/s}$ .

- Un fluido circula en una tubería que se contrae desde los 450 mm de diámetro en A hasta los 300 mm en B. A continuación se bifurca en dos ramas, una de 150 mm de diámetro que acaba en C y otra de 225 mm que descarga en D. Si la velocidad en A es de 1,8 m/s y la velocidad en D es de 3,6 m/s, calcular la descarga en C y D y las velocidades en B y C.

*Solución:*  $Q_C = 0,143\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_D = 0,143\text{ m}^3/\text{s}$ ,  $v_B = 4,05\text{ m/s}$ ,  $v_C = 8,09\text{ m/s}$ .

- Un depósito semiesférico de radio  $R = 80\text{ cm}$  se encuentra lleno de agua y en su fondo hay un orificio de radio  $r = 1\text{ cm}$ . Calcular el tiempo que tarda en vaciarse dicho depósito.

*Solución:*  $T = 1206,8 \text{ s}$ .

11. [\*] Considérese un depósito con base rectangular, con un pequeño orificio en su base de superficie  $s = 1 \text{ cm}^2$ . La cara que está abierta a la atmósfera y en posición horizontal tiene una superficie de  $50 \text{ cm}$  de largo y  $20 \text{ cm}$  de ancho. Las caras verticales tienen una altura de  $10 \text{ cm}$  y están curvadas de forma que mantienen la simetría rectangular de la base. Calcular:

- (a) La ecuación que define la parte curva del cilindro para que la velocidad de descenso de la superficie libre sea constante.  
 (b) El tiempo que tarda en vaciarse el depósito suponiendo que en el instante inicial está totalmente lleno.

*Solución:* (a)  $z = 25,6y^4$  con metros como unidad; (b)  $t = 71,43 \text{ s}$ .

12. [\*] Considérese un recipiente abierto a la atmósfera generado por la revolución de la curva  $y = 3x^2 + 1$ . En la parte inferior existe un orificio de radio  $r = 25 \text{ mm}$  y el líquido alcanza inicialmente una altura  $h = 1,8 \text{ m}$ . Calcular cuánto tarda en descender el líquido hasta  $1,0 \text{ m}$  de altura.

*Solución:*  $t = 483,8 \text{ s}$ .

13. Una esfera de mármol de  $2 \text{ cm}$  de diámetro tiene una densidad de  $\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$ , se deja caer en el interior de un recipiente lleno de aceite, cuya densidad es  $\rho' = 0,90 \text{ g/cm}^3$ . Se observa que al cabo de cierto tiempo la esfera alcanza un velocidad constante  $v = 50 \text{ cm/s}$ . Calcular la viscosidad dinámica y la cinemática del aceite.

*Solución:*  $\eta = 6,97 \text{ din s/cm}^2$ ,  $\nu = 7,74 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

14. Un vehículo experimental se desliza sobre un colchón de aire de  $0,06 \text{ cm}$  de espesor y  $15 \text{ m}^2$  de superficie. ¿Qué potencia se consume contra las fuerzas viscosas a una velocidad de  $20 \text{ m/s}$  si la viscosidad del aire es  $1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$ ?

*Solución:*  $dW/dt = 180 \text{ W}$ .

15. Un arteria tiene un radio interior  $r = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$ . El caudal de la sangre que circula es de  $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ , su viscosidad  $\eta = 2,084 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$  y su densidad es  $\rho = 1,06 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Hallar

- (a) La velocidad media de la sangre que circula por la arteria.



- (b) La caída de presión en un fragmento de arteria de 0,1 m de longitud.
- (c) La potencia necesaria para mantener este flujo en dicho fragmento.
- (d) El número de Reynolds.

*Solución:* (a)  $v = 2 \times 10^{-2}$  m/s; (b)  $\Delta P = 2,07$  Pa; (c)  $dW/dt = 2,07 \times 10^{-6}$  W; (d)  $Re = 81$ .

16. Se aumenta el radio de una arteria en un factor 1,5. (a) Si la diferencia de presiones sigue siendo la misma qué ocurre con el gasto, (b) si el gasto permanece constante, ¿qué ocurre con la caída de presión? (Supóngase flujo laminar).

*Solución:* (a)  $Q' = 1,5^4 Q$ , (b)  $\Delta P' = 1,5^{-4} \Delta P$ .

17. ¿Cuál es la velocidad límite de una partícula de polvo de radio  $r = 10^{-5}$  m y densidad  $\rho = 2 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> que se mueve en aire con viscosidad  $\eta = 1,8 \times 10^{-5}$  Pa s y densidad  $\rho_0 = 1,22$  kg/m<sup>3</sup>? ¿Cuál es el número de Reynolds? Hallar la fuerza de arrastre a la velocidad límite.

*Solución:*  $v_l = 2,42 \times 10^{-2}$  m/s,  $N_R = 0,0328$ ,  $F = 8,23 \times 10^{-11}$  N.