Análisis de la colusión en los modelos de Cournot, Stackelberg y Bertrand

by

Ismael Cano Vilches

A thesis submitted in conformity with the requirements
for the MSc in Economics, Finance and Computer Science

University of Huelva & International University of Andalusia

Julio 2020

Análisis de la colusión en los modelos de Cournot, Stackelberg y Bertrand

Ismael Cano Vilches

Máster en Economía, Finanzas y Computación

Penélope Hernández Rojas
Universidad de Valencia

2020

Resumen

En este trabajo, a partir de la teoría de juegos, se estudia cómo es la toma de decisiones de las empresas cuando se enfrentan a conflictos de intereses. Nuestro objetivo es analizar los supuestos que posibilitan o no la existencia de colusión en el largo plazo para los modelos de Cournot y de Stackelberg. Para ello, realizamos un recorrido por la teoría de juegos, aplicando el concepto de equilibrio de John Forbes Nash para estudiar las diferentes situaciones del mercado. Estudiamos, mediante un supuesto práctico, la colusión en juegos estáticos y dinámicos, partiendo de los conceptos de los modelos de Cournot, Stackelberg y Bertrand. Terminamos nuestro proyecto con la exposición de las conclusiones obtenidas a lo largo de nuestra investigación.

Palabras clave: Teoría de juegos, Equilibrio de Nash, Colusión, Cournot, Stackelberg, Bertrand, Juegos estáticos, Juegos repetidos.

Abstract

In this work, based on game theory, we study what business decision-making is like when faced with conflicts of interest. Our objective is to analyze the assumptions that allow or not the existence of collusion in the long term for the Cournot and Stackelberg models. To do this, we take a tour of game theory, applying John Forbes Nash's concept of equilibrium to study different market situations. We study, by means of a practical assumption, collusion in static and dynamic games, based on the concepts of the Cournot, Stackelberg and Bertrand models. We finish our project with the presentation of the conclusions obtained throughout our investigation.

Contenido

1 Introducción

Aún en la actualidad, cuando hablamos de la Teoría de Juegos, encontramos diferentes versiones sobre el origen de esta teoría.

Algunas de esas versiones apuntan a que el origen se encuentra en un artículo sobre el ajedrez publicado en 1913 por Ernst Zermelo, otras versiones en cambio, apuntan a una publicación de Cournot en 1838.

Lo realmente cierto es que no se sabe exactamente cuándo comenzó esta teoría, pero en lo que sí coinciden la mayoría de los expertos es en que la Teoría de Juegos no había recibido gran atención hasta los estudios de John von Neumann, y más concretamente, cuando en 1944, von Neumann y Oskar Morgenstern publicaron su libro titulado *Theory of Games and Economic Behavior*.

Sería un poco más tarde cuando llegaría la que es considerada como una de las mayores aportaciones a la Teoría de Juegos, el equilibrio de Nash. De este equilibrio, hablaremos más en profundidad cuando abordemos el apartado de la metodología.

Ahora bien, ¿qué es un juego? Se considera juego a cualquier situación en la que dos o más individuos (personas, organizaciones, empresas, etc.) interactúan, siendo todos ellos conscientes de que el resultado que obtengan en el juego no dependerá únicamente de sus acciones, sino también de las acciones que realizan el resto de participantes.

La teoría de juegos es la ciencia que estudia esas interacciones, y pone bajo supuesto, que todos los jugadores que participan en el juego son individuos racionales, es decir, toman las decisiones que consideran mejores para conseguir sus objetivos.

En nuestro trabajo vamos a observar y tratar analizar diferentes modelos de juegos, con el objetivo de identificar como se comportar y actúan las empresas en diferentes situaciones.

Para ello, vamos a analizar varios modelos de comportamiento que presentan las empresas en el mercado.

Suponemos que los agentes (jugadores) del juego son estas empresas, y que tanto las cantidades a producir, como los precios que ponen a sus productos son las acciones que realizan en el juego. Estas acciones son los datos que queremos analizar, de los cuales queremos obtener resultados que nos puedan mostrar cómo es la interacción entre los sujetos y nos ayude a modelizar dicha interacción.

Ahora bien, una vez llegados a este punto, tendríamos que pensar que juego es el que está recogiendo la interacción entre esas empresas, para ver qué relación de supuestos son los que están provocando los posibles equilibrios en dichos juegos.

Una vez aquí, podemos obtener varias cosas, puede ser que los jugadores estén jugando el equilibrio de Nash, bajo supuesto de racionalidad absoluta, o bien podemos obtener un resultado en el que de repente los jugadores no estuviesen jugando un equilibrio de Nash. Esto último, sería posible en el caso de que los agentes estuviesen jugando una serie de acciones que lo que están haciendo es coludir.

Por ejemplo, podríamos tener el caso en el que un equilibrio que a priori de forma teórica no tendría que darse, se convierte en equilibrio porque se ha producido un fenómeno de comunicación y de acuerdo entre los agentes.

Entonces, si se produce un acuerdo tácito entre las empresas participantes a la hora de fijar y variar los precios de sus productos, llegamos a una situación en la que hay un equilibrio, que teóricamente no tendría que darse en el mercado, pero el cual aparece en los datos, y que por lo tanto es equilibrio, y que se convierte en equilibrio porque existe en dicha interacción un supuesto adicional que es que se comunican y coluden.

Si ese equilibrio se mantiene a lo largo del tiempo y es sostenible, significaría que ha habido un fenómeno adicional que está considerado en el juego estándar.

Como es bien sabido por todos, en la práctica real de los mercados, innumerables empresas coluden entre ellas con el objetivo de obtener unos beneficios superiores a largo plazo, de los que obtendrían en el caso de competir.

El objetivo que perseguimos en este trabajo es obtener los supuestos y las características que hacen que las empresas coludan en el largo plazo, por lo tanto, perseguimos conocer cuáles son esas características, que convierten la colusión en un equilibrio a largo plazo.

En nuestra investigación trataremos de determinar cuáles son las condiciones que se deben cumplir en los diferentes modelos de comportamiento, para que las empresas prefieran la colusión a largo plazo antes que competir con sus rivales.

En nuestro trabajo será esencial la teoría de Nash y su famoso equilibrio, tanto en juegos de una sola etapa como en juegos repetidos.

El trabajo que en este documento se presenta, está estructurado en cinco partes o bloques. La primera parte es la introducción que acabamos de realizar, mediante la cual tratamos de poner un poco en situación el tema que vamos a tratar y exponer la research question que pretendemos contestar con esta investigación. En la segunda parte, se encuentra la revisión de la literatura. La tercera parte es la metodología empleada en el trabajo, y se divide en diferentes apartados, que abarcan desde los diferentes elementos que conforman un juego, pasando por una pequeña clasificación de los distintos tipos de juegos, así como una explicación del equilibrio de Nash, hasta terminar en la exposición de tres de los diferentes modelos de comportamiento de las empresas en el mercado. La cuarta parte son los resultados obtenidos después de realizar nuestra investigación, y gracias a ellos, podremos sacar las conclusiones que se presentan en la quinta parte de este documento.

2 Revisión de la literatura

Seguramente todos conocemos o hemos escuchado hablar alguna vez sobre la OPEP, la Organización de Países Exportadores de Petróleo, una organización a la que pertenecen algunos países que controlan la mayor parte de la producción y reservas mundiales de petróleo. La OPEP es casi con total seguridad uno de los cárteles más influyentes del mundo. En dicha organización, se realizan acuerdos que tienen una gran repercusión en el mercado del petróleo.

La colusión[1] son acuerdos que realizan empresas que tienen el mismo tipo de actividad, y por tanto, son competidoras en el mercado.

Los acuerdos de colusión entre las empresas son una práctica ilegal y perseguida por las autoridades, en España es la Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC) la encargada de luchar contra dichas prácticas, pero aun así son bastantes habituales. La forma más conocida empresarialmente es el cártel[2], el cual, es un acuerdo entre dos o mas empresas con el fin de obtener mayores beneficios, reduciendo la competencia entre ellas.

Cabral (Industrial Organization, 2000) define la colusión como acuerdos entre las empresas con el objetivo de aumentar su poder de mercado, y Motta (Competition Policy, 2004) señala que la colusión son prácticas que permiten a las empresas ejercer un poder de mercado que no tendrían si no fuera por dicha colusión.

Han sido muchos los expertos que han realizado investigaciones para tratar de obtener cuales son las características que presentan los mercados en los que se realizan estas prácticas colusivas. Unas de estas investigaciones, fue la realiza por Ivaldi y otros (The Economics of Tacit Collusion, 2003), en ella se presentan algunas de las características mas importantes para que puedan realizarse dichos acuerdos:

- ✓ Número de empresas: mientras menos empresas existan en el mercado, más fácil será llevar a cabo la colusión.

[1] Zipitría, Leandro; *Regulación Económica, Colusión,* Universidad de Montevideo, diapositiva 32 de https://leandrozipitria.files.wordpress.com/2011/06/clase7.pdf
[2] https://economipedia.com/definiciones/cartel.html

- ✓ Barreras de entrada: es fundamental que existan barreras para la entrada de nuevas empresas al mercado.
- ✓ Interacción entre las empresas: cuánto mayor sea el contacto entre las empresas, mayor probabilidad de éxito tendrá la existencia de colusión.
- ✓ Transparencia: los mercados con información perfecta facilitan la colusión.

Otra de esas investigaciones fue la realizada por Cañizares y Domínguez (Perspectiva Económica de la Colusión), en ella, revisan los principales resultados de la literatura con el objetivo de establecer algunas características cuasi-necesarias para que la colusión sea factible. Algunas de esas características son las siguientes:

- ✓ Es fundamental que el acuerdo resulte beneficioso para todas las empresas que participen en él.
- ✓ Cuanto más concentrada este la oferta, y mayor sea la cuota de mercado conjunta de los miembros que van a realizar el acuerdo del acuerdo, más factible será que dicho acuerdo se realice.
- ✓ La presencia de barreras de entrada al mercado, hacen que sea más fácil realizar una colusión entre empresas.
- ✓ La elasticidad de la demanda es otro aspecto que destacan Cañizares y Domínguez en su investigación, cuanto más inelástica sea la demanda, mayores serán los beneficios de la colusión, y por tanto, mayor probabilidad de realizarse.
- ✓ Mucho más probable que se realicen acuerdos de colusión en mercados con productos homogéneos.

Una de las conclusiones que se pueden sacar de la investigación realizada por Cañizares y Domínguez (Perspectiva Económica de la Colusión) es que, es de gran importancia que las empresas tengan cierta simetría en cuanto a cuotas de mercado y capacidad de producción se refieren, para que la colusión sea factible y sostenible a largo plazo, ya que si existiera una empresa que tuviera mucha más cuota de mercado o mucha más capacidad para producir que el resto, sería más probable que dicha empresa no realizara el acuerdo, o que se desviará de él, y por tanto, la colusión no se realizaría o no duraría mucho tiempo.

3 Metodología

Para poder realizar nuestro trabajo hemos recurrido a la teoría de juegos y al análisis de series temporales. Ambas partes serán expuestas más abajo.

En cuanto a las fuentes de información utilizadas, principalmente han sido libros de texto, aunque también hemos empleado presentaciones y trabajos realizados en otras universidades.

3.1 Teoría de juegos

3.1.1 ¿Qué es la teoría de juegos?

La teoría de juegos[3] es la ciencia del razonamiento estratégico, analiza las interacciones con otros que están razonando de forma similar.

Suponemos que los jugadores son racionales, es decir, que intentan hacerlo lo mejor posible para sus intereses u objetivos, dada su información disponible.

La teoría de juegos añade otra dimensión a la racionalidad[4]: el razonamiento estratégico, que supone que la interacción es con otros jugadores igualmente racionales.

Cuando hablamos de decisión racional, hacemos referencia al principio de "ponerse en la piel del oponente".

En el manual de teoría de juegos de Augusto Rufasto[5] (2003-2004) se define la teoría de juegos como *"un tipo de análisis matemático orientado a predecir cual será el resultado cierto o el resultado más probable de una disputada entre dos individuos"*.

Para Paul A. Samuelson y William D. Nordhaus[6] la teoría de juegos *"analiza la forma en que dos o más jugadores eligen estrategias que afectan conjuntamente a todos"*.

---

[3] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 6 de https://aulasvirtuales.uhu.es/pluginfile.php/882873/mod_resource/content/2/comportamiento_teoria_v4.pdf
[4] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 7
[5] Rufasto, Augusto; *Manual de teoría de juegos,* 2003-2004, p.1
[6] Samuelson, Paul A., Nordhaus, William D; *Economía* 18ª Ed, p.208

3.1.2 ¿Qué es un juego y cuáles son sus elementos?

Un juego[7] es cualquier situación en la dos o más decisores (individuos o empresas) interactúan conscientes de que el resultado que obtengan, depende no sólo de sus propias decisiones sino también de las decisiones del resto de participantes.

El juego que vamos a analizar en nuestro trabajo, es un juego de estrategia. Como en todos los juegos de estrategia[8], se requiere la interacción con alguien más y lo que decide cada uno afecta al resultado que obtendrán los otros participantes (y viceversa). Por ese motivo, el objetivo es tratar de encontrar tu mejor estrategia.

Una vez conocido que es y en que consiste un juego, podemos dar paso a identificar los diferentes elementos[9] que conformar un juego:

a) Jugadores

Los jugadores son los agentes que se encargan de tomar las decisiones. Actuaran de forma racional, y siempre elegirán la estrategia que más les convenga.

b) Estrategias

Son las reglas o planes de acción que siguen los jugadores a la hora de jugar. Cada jugador tratará de llevar a cabo su mejor estrategia.

c) Ganancias o pagos

Es el resultado que obtiene cada jugador después de finalizar el juego. El jugador elegirá de manera racional la estrategia que mayor ganancia le reporte.

d) Reglas

Son las normas que se aplican para saber cómo se ha de proceder en un determinado juego. Podrían entenderse como las limitaciones que tiene cada juego.

---

[7] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 3
[8] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 5
[9] Zapardiel, Clara., Colussi, Aldo; *La teoría de juegos y sus aplicaciones en la economía actual,* Universidad Pontificia Comillas, 2014, p.5

3.1.3 Tipos de juegos

En este apartado vamos a proceder a describir los tipos de juegos que consideramos más interesantes. Tenemos que decir que además de los juegos que se describen en este trabajo, existen más tipos.

a. Simultáneos o secuenciales

La diferencia fundamental entre los juegos simultáneos y los juegos secuenciales radica en la información que se tiene en el momento en el que cada jugador toma su decisión.

En los juegos simultáneos[10] los jugadores toman sus decisiones a la misma vez, por lo que, cada jugador toma su decisión sin conocer la decisión que está tomando su rival. En realidad, lo importante no es que tomen sus decisiones a la vez, sino que todos los jugadores tomen sus decisiones sin tener ningún tipo de información sobre las decisiones de sus oponentes.

Ejemplos de juegos simultáneos serían las subastas a sobre cerrado o el juego de piedra, papel o tijeras.

En los juegos secuenciales[11] existe un orden estricto de actuación, es decir, un jugador actúa antes que otro, por tanto, este último jugador conoce la acción realizada por su rival antes de él actuar.

En los juegos secuenciales que tienen un numero finito de turnos, existe un principio clave[12]: resolver el juego desde el final. Se debe mirar a los movimientos futuros, y entonces razonar hacia atrás para calcular cuales son las mejores acciones presentes.

b. Repetidos

Los juegos pueden jugarse una sola vez o en cambio se pueden jugar se forma repetida.

En la mayoría de situaciones cotidianas, las empresas se enfrentan a juegos repetidos. En estos juegos[13] se emprenden acciones y se reciben ganancias una y otra vez.

La repetición de los juegos hace que los jugadores tengan información previa, y que tengan en cuenta el valor de su reputación previa, lo cual hace que los jugadores tengan

---

[10] González, Eduardo *Análisis competitivo de la empresa,* Universidad de Oviedo, p.5 de http://ocw.uniovi.es/pluginfile.php/1890/mod_resource/content/1/Tema_3_10.pdf
[11] González, Eduardo; *Análisis competitivo de la empresa,* Universidad de Oviedo, p.11
[12] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 9
[13] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. Microeconomía 7ª Ed...Op.Cit, 2009, p.561.

que considerar el efecto de sus acciones presentes[14] sobre las expectativas futuras del adversario.

En función al horizonte temporal[15] los juegos repetidos se pueden clasificar en:

- ✓ **Finitos**: existe una fecha límite que es conocimiento público entre los jugadores. En este caso, la manera óptima de resolver el juego seria mediante la inducción hacia atrás.
- ✓ **Infinitos**: no existe ninguna fecha conocida de antemano que diga cuando termina el juego. En este caso, en cada periodo existe la probabilidad de volver a jugar el juego. La mayoría de situaciones a las que se enfrentan las empresas, son juegos repetidos con horizonte temporal infinito.

Existen diversas estratégicas para actuar en los juegos repetidos, pero hay dos estrategias que nos gustaría destacar. Ambas estrategias se enmarcan dentro de la cooperación condicional, y son las siguientes[16]:

- ✓ **Estrategia del Disparador**: es una estrategia en la que el jugador empieza cooperando con su rival y luego coopera si siempre antes su rival coopero, pero si en algún periodo algún jugador no coopera, entonces paso a no cooperar en ninguno de los siguientes periodos. Dicho de otra manera, en el momento en el que un jugador rompa el acuerdo, el otro jugador lo romperá para siempre.
  Se puede observar, que la longitud del castigo no depende de la conducta (cooperar o no) del otro jugador durante el castigo.
- ✓ **Estrategia de Toma y Daca**: en este caso, en cada periodo juego lo que jugó mi rival en el periodo anterior, es decir, si en el periodo anterior mi rival cooperó pues en este periodo yo coopero, y si por el contrario, no cooperó, pues en este periodo yo no coopero.
  A diferencia de la estrategia del disparador, en el toma y daca, la longitud del castigo si depende totalmente de la conducta que lleve a cabo el otro jugador durante el castigo.

[14] González, Eduardo; *Análisis competitivo de la empresa,* Universidad de Oviedo, p.13
[15] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 73
[16] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 75

3.1.4 Estrategias dominantes y dominadas

Las estrategias dominantes y dominadas son muy importantes, ya que gracias a ellas se pueden resolver juegos de manera simple.

Robert S. Pyndick las define de la siguiente manera, la estrategia dominante[17] es aquella que es óptima independientemente de cómo se comporte el adversario. Por el contrario, una estrategia dominada es aquella que nunca es óptima.

Cuando hablamos de dominancia[18] debemos de decir que una acción de un jugador domina a otra acción del mismo jugador, si esa primera acción le reporta siempre mayores beneficios que la segunda acción, para toda combinación de acciones posibles de sus adversarios. Si esto se cumple, esa primera acción es considerada como una acción dominante.

La estrategia dominante no tiene por qué existir en un juego, pero siempre que exista, el jugador (actúa de forma racional) elegirá siempre esa estrategia por encima del resto de acciones posibles.

La estrategia dominada, tampoco tiene porque darse siempre en todos los juegos, pero en el caso de que se diera, el jugador nunca elegirá llevar esta estrategia dominada, ya que esta acción siempre le reportara peores beneficios independientemente a las acciones que tome su rival.

Dentro de la estrategia dominante, distinguimos entre la estrictamente dominante y la débilmente dominante. La estrategia estrictamente dominante es única, mientras que la estrategia débilmente dominante[19] no tiene porque ser única y le reporta mayores o iguales beneficios que el resto de sus estrategias sea cual sea la combinación de estrategias de sus oponentes.

A continuación, vamos realizar un ejemplo[20] en el cual entenderemos mejor el concepto de estrategia dominante.

---

[17] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.553.
[18] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositivas 28 y 44
[19] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositiva 41
[20] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.553-554

Supongamos que hay dos empresas A y B, las cuales venden productos rivales y tienen que decidir si realizan o no una campaña publicitaria. Ambas saben que la decisión que tomen afectara a su rival y viceversa.

La matriz de pagos es la que se muestra abajo.

		Empresa B	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa A	Hacer publicidad	10 ; 5	15 ; 0
	No hacer publicidad	6 ; 8	20 ; 2

Podemos observar, que la empresa A no tiene ninguna estrategia dominante, ya que, si la empresa B decide hacer publicidad, lo mejor para A es hacer también publicidad, pero si la B decide no hacer publicidad, lo mejor para A es no hacer publicidad. Por tanto, la empresa A no tiene ninguna acción que sea mejor independientemente de lo que elija B.

En cambio, si nos ponemos en el lado de la empresa B, observamos que ésta si tiene una estrategia dominante, que es hacer publicidad, ya que tanto si la empresa A decide hacer o no hacer publicidad, la mejor opción para la empresa B es realizar publicidad. Entonces podemos decir que hacer publicidad es una estrategia dominante de la empresa B.

Una vez analizado lo anterior, podemos concluir diciendo que el resultado lógico del juego es que ambas empresas harán publicidad, ya que la empresa B elegirá su estrategia dominante (hacer publicidad) y la empresa A actuará de forma racional y sabiendo que la empresa B tiene una estrategia dominante, elegirá su mejor respuesta a dicha estrategia, que en ese caso sería realizar también publicidad.

3.1.5 Equilibrio de Nash

John Forbes Nash[21] fue un matemático muy laureado, ganó el premio nobel de economía por su contribución a la teoría de juegos.

---

[21] https://economipedia.com/definiciones/john-forbes-nash.html

Su gran aportación a esta ciencia del razonamiento estratégico fue el equilibrio que recibe su nombre, el equilibrio de Nash (EN).

El equilibrio de Nash[22] de un juego es aquella combinación de acciones tal que la acción de cada jugador es su mejor respuesta a las acciones de sus oponentes.

En un EN, ningún jugador tiene una desviación unilateral provechosa, es decir, dado las acciones que juegan los demás en la combinación, ningún jugador puede obtener un beneficio mayor con otra acción distinta.

En el EN ningún jugador lamenta su elección, dadas las elecciones del resto de jugadores. Eso no quiere decir que necesariamente le gusten las acciones de sus rivales.

En cualquier el equilibrio de Nash se calcula mediante las funciones de mejor respuesta de los jugadores, y la intersección de dichas funciones será el EN.

En los juegos pueden ocurrir diferentes situaciones[23]:

- ✓ Existe un solo equilibrio de Nash dentro del juego.
- ✓ Existen dos o más equilibrio de Nash dentro del juego.
- ✓ No existe ningún equilibrio de Nash dentro del juego.

El equilibrio de Nash presenta una gran relación con las estrategias dominantes y dominadas:

- ✓ Si en un juego todos los jugadores presentan una estrategia dominante, existirá un único EN del juego y será la combinación en la que cada jugador utiliza su estrategia dominante.
- ✓ Si en un juego se pueden ir eliminando estrategias dominadas de forma que se lleve a una única combinación de estrategias, entonces esa única combinación será el único EN del juego.
- ✓ No puede existir ningún EN del juego en el que un jugador utiliza una estrategia dominada.

Ahora vamos a ver varios ejemplos de equilibrios de Nash.

[22] Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos,* Universidad de Valencia, diapositivas 52-54
[23] Rufasto, Augusto; *Manual de teoría de juegos,* 2003-2004, p.8

Supongamos que hay dos empresas A y B y un producto, la empresa A esta pensado si construir una nueva planta de producción o no y la empresa B se plantea el dilema de si entrar a comercializar ese producto o no.

La matriz de pagos es la siguiente:

		Empresa B	
		Entrar	No entrar
Empresa A	Construir	10 ; 5	3 ; 4
	No construir	4 ; 3	5 ; 1

Observando los datos de la matriz anterior podemos ver que la intersección de las mejores acciones de cada empresa, arroja un equilibrio de Nash que es único, y que se da cuando la empresa A decide construir una nueva planta de producción y la empresa B decide entrar a comercializar el producto.

En el equilibrio, ninguna de las dos empresas tiene una desviación provechosa dada la acción jugada por su rival, por lo que ese equilibrio es un equilibrio de Nash.

Ahora supongamos la misma situación, pero con una matriz de pagos diferente.

		Empresa B	
		Entrar	No entrar
Empresa A	Construir	10 ; 5	3 ; 4
	No construir	4 ; 3	5 ; 10

En este nuevo ejemplo observamos que existen dos equilibrios, uno cunado la empresa A decide construir y la empresa B decide entrar, y otro cuando la empresa A decide no construir y la empresa B decide no entrar.

Ambos equilibrios son equilibrios de Nash, ya que al igual que en el ejemplo anterior, en ambas situaciones ninguna de las dos empresas tiene una desviación provechosa dada la acción jugada por su rival.

En los dos ejemplos que hemos visto antes, los jugadores son racionales, e intentan maximizar sus beneficios. Cuando los jugadores no actúan de manera racional, no existe equilibrio de Nash.

3.1.6 Modelos de comportamiento de las empresas en el mercado

Para nuestra investigación nos vamos a centrar en un mercado en el que existan pocas empresas y muchos consumidores. Además, es un mercado en el que existan barreras para la entrada de nuevas empresas.

Claramente, estamos hablando del oligopolio, el cual se puede definir como[24] *"mercado en el que solo hay unas pocas empresas que compiten entre sí y no es posible entrar"*.

En este tipo de estructura de mercado, el poder de las empresas y sus rentabilidades dependen en gran medida de las interrelaciones con el resto de empresas. Es decir, cada empresa debe de actuar de manera estratégica antes de tomar una decisión e intentar averiguar cuál será la respuesta de sus competidores a dicha acción, sabiendo que dichos competidores también actuaran de manera estratégica cada vez que tengan que llevar a cabo una acción.

En este apartado de nuestra metodología, vamos a explicar diferentes modelos en los que se actúa de manera estratégica. Estos modelos son el de Cournot, el de Stackelberg, el de Bertrand y el de Colusión.

Para explicarlos de una manera más sencilla y simple, hemos optado suponer que en el mercado solo existen dos empresas (duopolio), el producto es homogéneo y ambas tienen los mismos costes.

a. Modelo de Cournot[25]

Para este modelo, las hipótesis son las siguientes:

- ✓ Solo existen dos productores o empresas (análisis sencillo).
- ✓ Muchos consumidores.
- ✓ Existen barreras de entrada.
- ✓ El producto es homogéneo.

[24] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.508.
[25] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.516.

- ✓ El precio del producto se obtiene mediante la oferta agregada de las dos empresas. De manera que mientras más oferten las empresas, menor será el precio. De igual forma, a menor oferta, mayor precio.
- ✓ Las empresas compiten por cantidad a producir y no por precio.
- ✓ Ambas empresas deciden de manera simultánea.

En la siguiente grafico podemos ver curvas de demanda en el Modelo de Cournot.

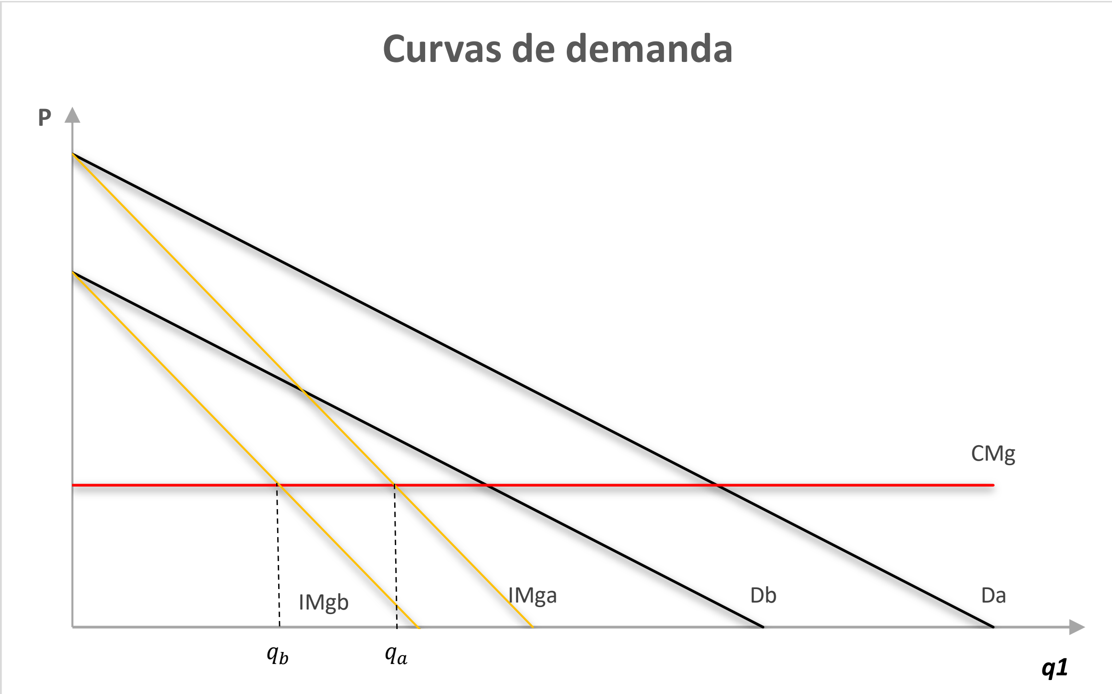

Ilustración 1. Curvas de demanda en el modelo de Cournot

La línea roja es el coste marginal, suponemos que es constante. Si la empresa 1 cree que la empresa 2 no va a producir nada, la curva de demanda del mercado coincide con la curva de demanda de la empresa 1 (Da). En ese caso, la empresa 1 producirá q_a, que es donde el ingreso marginal corta con el coste marginal.

En cambio, si creyera que la empresa 2 va a producir q_2, la curva de demanda de la empresa 1 se desplazaría a la izquierda hasta Db. En este nuevo caso, la empresa 1 producirá q_b, que es una cantidad menor a q_a, por lo tanto, observamos que la cantidad producida por la empresa 1 está condicionada por la cantidad producida por la otra empresa.

Si siguiéramos calculando cuanto produciría la empresa 1 en función de la producción de la empresa 2, obtendríamos la curva de la función de reacción de la empresa 1, que como se puede deducir de su nombre, es la curva que nos muestra cual sería la cantidad producida por la empresa 1 en cada momento, en relación a lo que cree que producirá la otra empresa.

De la misma manera, podríamos hacer lo mismo con la empresa 2 y obtener su curva de reacción. Esas curvas las podemos ver representadas en el siguiente gráfico.

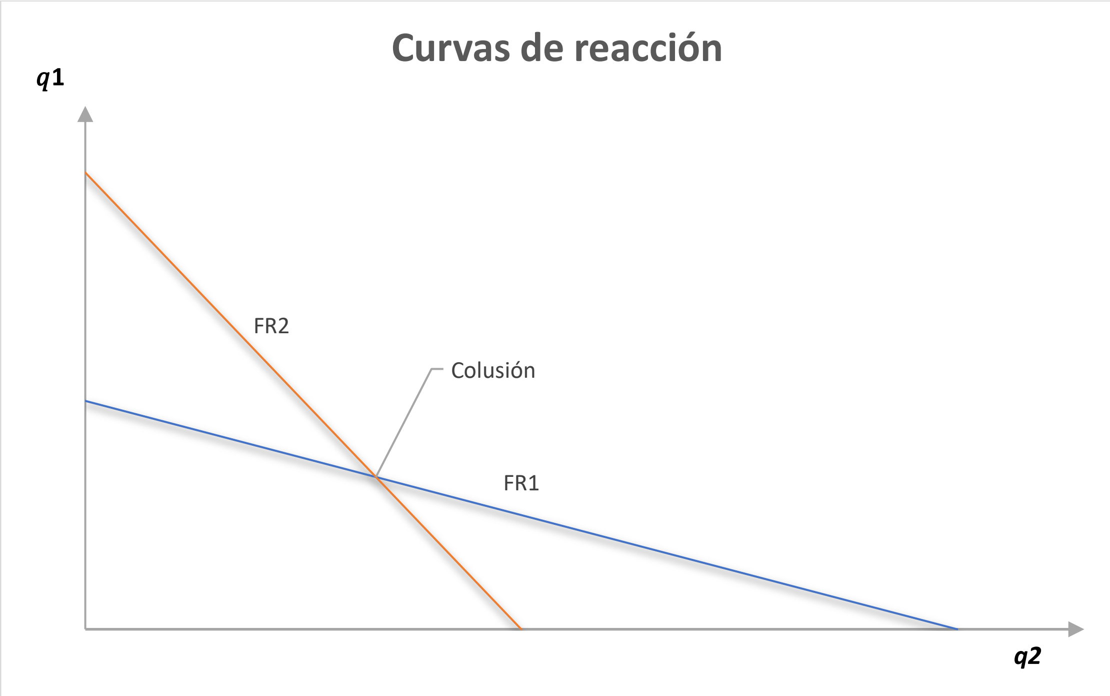

Ilustración 2. Curvas de reacción

El punto donde cortan las dos curvas de reacción es el equilibrio de Cournot[26], el cual a su vez es un equilibrio de Nash en el que ninguna empresa tiene incentivos para variar su cantidad producida.

A continuación, mostraremos con un ejemplo todo lo dicho sobre el modelo de Cournot.

Como ya hemos dicho, para hacerlo de una manera sencilla, vamos a suponer que tenemos dos empresas y que las dos empresas tienen los mismos costes. La función de demanda del mercado es Q.

CT_1 son los costes totales de la empresa 1 y CT_2 son los costes totales de la empresa 2.

$\circ\ Q = 100 - P \qquad \circ\ CT_1 = 4q_1 \qquad \circ\ CT_2 = 4q_2$

[26] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.516.

De la función de demanda, despejamos para obtener la función de precios. Podemos observar, que mientras más produzcan la empresa 1 y la empresa 2, menor será el precio, ya que, a mayor oferta, menor precio. Y a la inversa, a menor oferta, mayor precio.

$$Q = q_1 + q_2$$

$$P = 100 - q_1 - q_2$$

Si derivamos los costes totales de las empresas, obtenemos sus costes marginales.

$$CMg_1 = 4 \qquad\qquad CMg_2 = 4$$

Para comenzar el análisis del modelo de Cournot, empecemos por la empresa 1.

Empresa 1

$IMg_1 = CMg_1$	- Para maximizar beneficios $IMg_1 = CMg_1$
$IT_1 = P\ q_1 = 100q_1 - q_1^2 - q_2\ q_1$	- Sabemos que $CMg_1 = 4$, pero no conocemos el valor del IMg_1
$IMg_1 = 100 - 2\ q_1 - q_2$	- Para calcular el ingreso marginal nos hace falta el ingreso total
$100 - 2\ q_1 - q_2 = 4$	- Derivamos con respecto a q_1 y obtenemos el IMg_1
$\mathbf{FR_1} \rightarrow q_1 = 48 - {}^1/_2\ q_2$	- Igualamos a 4 y obtenemos la función de reacción de la empresa 1

Como hemos supuesto que los costes marginales son los mismos para las dos empresas, la función de reacción de la empresa 2 será la siguiente:

$$\mathbf{FR_2} \rightarrow q_2 = 48 - {}^1/_2\ q_1$$

Como ya hemos dicho, el equilibrio de Cournot es donde cortan las dos funciones de reacción. Para calcular dichas cantidades, incluimos la función de reacción de la empresa 2 dentro de la función de reacción de la empresa 1, y nos queda lo siguiente:

$$q_1 = 48 - {}^1/_2\ (48 - {}^1/_2\ q_1)$$

Despejamos q_1 y obtenemos que $q_1 = 32$.

Ahora incluimos el valor de q_1 en la función de reacción de la empresa 2, y obtenemos que $q_2 = 32$.

Podemos observar que q_1 y q_2 tienen el mismo valor porque para simplificarlo hemos dicho que ambas empresas tienen los mismos costes marginales.

La gráfica sería la siguiente:

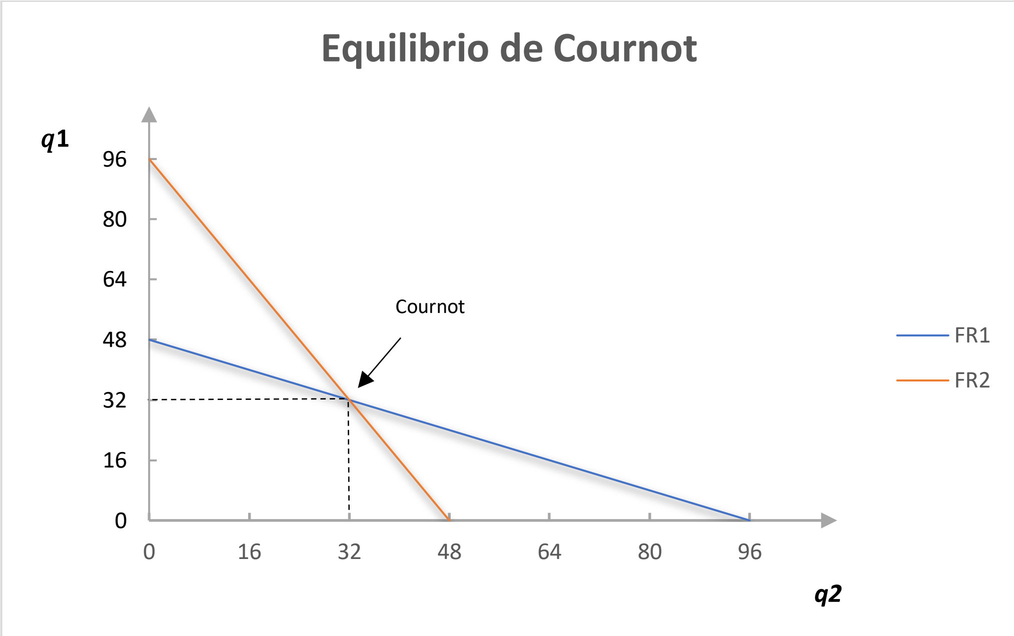

Ilustración 3. Equilibrio de Cournot

En la gráfica anterior podemos ver que el equilibrio de Cournot se da cuando la empresa 1 y la empresa 2 producen 32 unidades cada una.

Una vez que conocemos la cantidad que produce cada empresa, tenemos que conocer el precio de venta de los productos, para así poder calcular el beneficio que obtiene cada empresa.

Sabemos que $Q = q_1 + q_2$, así que $Q = 64$; y que el precio viene dado por una función $P = 100 - Q$, por lo que $P = 36$.

Abajo se muestra el cálculo y el beneficio de la empresa 1 y de la empresa 2.

Empresa 1

$IT_1 = P * q_1 = 36 * 32 = 1152$

$CT_1 = CMg_1 * q_1 = 4 * 32 = 128$

$Beneficios_1 = IT_1 - CT_1 = 1152 - 128 = 1024$

Empresa 2

$IT_2 = P * q_2 = 36 * 32 = 1152$

$CT_2 = CMg_2 * q_2 = 4 * 32 = 128$

$Beneficios_2 = IT_2 - CT_2 = 1152 - 128 = 1024$

Como se ha dicho anteriormente, el equilibrio de Cournot es a su vez un equilibrio de Nash. Por lo que, ninguna de las dos empresas tiene incentivos para – en función de la respuesta de su rival – realizar otra acción que no sea la anterior.

A continuación, vamos a demostrar esto que hemos dicho.

<u>Empresa 2</u> (sale del equilibrio)

$q_1 = 32 \qquad q_2 = 34$

$Q = 66 \qquad P = 34$

$IT_2 = 34 * 34 = 1156$

$CT_2 = 4 * 34 = 136$

$Beneficios_2 = 1156 - 136 = 1020$

- La empresa 2 pasa a producir 34 unidades.
- El precio disminuye, porque ha aumentado la oferta total.
- Calculamos los beneficios de la empresa 2 y vemos que son inferiores a los anteriores
- Así, por tanto, podemos ver que el equilibrio de Cournot es un equilibrio de Nash.

b. <u>Modelo de Stackelberg[27]</u>

En este modelo partimos de las siguientes hipótesis:

- ✓ Solo existen dos productores o empresas (análisis sencillo).
- ✓ Muchos consumidores.
- ✓ Existen barreras de entrada.
- ✓ El producto es homogéneo.
- ✓ El precio del producto se obtiene mediante la oferta agregada de las dos empresas. De manera que mientras más oferten las empresas, menor será el precio. De igual forma, a menor oferta, mayor precio.
- ✓ Las empresas compiten por cantidad a producir y no por precio.
- ✓ Hay una empresa que actúa antes que la otra, es decir, una empresa actúa como <u>líder</u> y la otra actúa como <u>seguidora</u>.

Observando las hipótesis anteriores, podemos darnos cuenta de que todas son las mismas que en el modelo de Cournot salvo la última, y es que en modelo de Stackelberg las empresas ya no actúan de manera simultánea, si no que una toma una decisión antes que la otra.

[27] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.521.

En este modelo, la empresa líder tiene como objetivo maximizar su beneficio sabiendo que la empresa seguidora actuará según su función de reacción. Por su parte, la empresa seguidora tendrá también como objetivo maximizar su beneficio, pero en función a la cantidad que haya decidido producir antes la empresa líder.

Como hicimos cuando explicamos el modelo de Cournot, vamos a ilustrar toda esta teoría con un ejemplo.

Tenemos dos empresas, una de ellas actúa como empresa líder y la otra actúa como empresa seguidora.

Partimos de los mismos datos iniciales que en el ejemplo de Cournot:

$$\circ\ Q = 100 - P \qquad \circ\ CT_1 = 4q_1 \qquad \circ\ CT_2 = 4q_2$$

$$P = 100 - q_1 - q_2$$

$$CMg_1 = 4 \qquad CMg_2 = 4$$

Supongamos que la empresa 1 es la líder, y que la empresa 2 es la seguidora.

Para encontrar el equilibrio de Stackelberg, debemos comenzar por obtener la función de reacción de la empresa seguidora. En nuestro caso, la podemos coger del ejemplo del modelo de Cournot que hemos realizado anteriormente, ya que hemos dicho que vamos a utilizar los mismos datos iniciales. Por tanto, la función de reacción de la empresa 2 (seguidora) es la siguiente:

$$\mathbf{FR_2} \rightarrow q_2 = 48 - {}^{1}\!/_{2}\ q_1$$

Una vez que ya conocemos la función de reacción de la empresa seguidora, calculamos cual será el nivel de producción de la empresa líder.

<u>Empresa 1</u> (líder)

$IT_1 = P\ q_1 = 100q_1 - q_1^2 - q_2\ q_1$ - Partimos del IT_1

$IT_1 = 100q_1 - q_1^2 - \left(48 - {}^{1}\!/_{2}\ q_1\right) q_1$ - Sustituimos q_2 por la función de reacción de la empresa 2.

$IT_1 = 52q_1 - {}^{1}\!/_{2}\, q_1^2$ - Derivamos el IT_1 e igualamos a 4 que es el CMg_1

$52 - q_1 = 4$ - Despejamos y obtenemos el valor de q_1

$q_1 = 48$

Si ahora sustituimos la cantidad de producción de la empresa 1 en la función de reacción de la empresa 2, obtenemos que cantidad va a producir la empresa 2.

$$q_2 = 48 - {}^{1}\!/_{2}\ (48)$$

$$q_2 = 24$$

La empresa 2 producirá 24 unidades. Realmente, podemos darnos cuenta de que la empresa líder está decidiendo que cantidad va a producir ella y también que cantidad va a producir la empresa seguidora.

Una vez llegados a este punto, tenemos que la cantidad total que se va a llevar al mercado es de 72.

$$Q = q_1 + q_2$$

$$Q = 48 + 24$$

$$Q = 72$$

Por tanto, el precio será:

$$P = 100 - 72 = 28$$

Para este modelo de Stackelberg en el que la empresa 1 es líder y produce 48 unidades y la empresa dos es la seguidora y produce 24 unidades, y el precio del producto es de 28 unidades monetarias, las empresas obtendrán los siguientes beneficios:

Empresa 1 (líder)

$IT_1 = 28 * 48 = 1344$

$CT_1 = 4 * 48 = 192$

$Beneficios_1 = 1344 - 192 = 1152$

Empresa 2 (seguidora)

$IT_2 = 28 * 24 = 672$

$CT_2 = 4 * 24 = 96$

$Beneficios_2 = 672 - 96 = 576$

Podemos observar, que los beneficios de la empresa 1 son bastante superiores a los de la empresa 2. Podemos decir, que la empresa 1 se ha beneficiado de su condición de líder, y obtiene mayores beneficios que si fuera una empresa seguidora. Obviamente, debemos volver a recordar que estamos tomando costes marginales idénticos para las dos empresas.

Si representamos el equilibrio de Stackelberg que acabamos de calcular, en comparación con el de Cournot que calculamos en el apartado anterior, nos quedaría la siguiente ilustración.

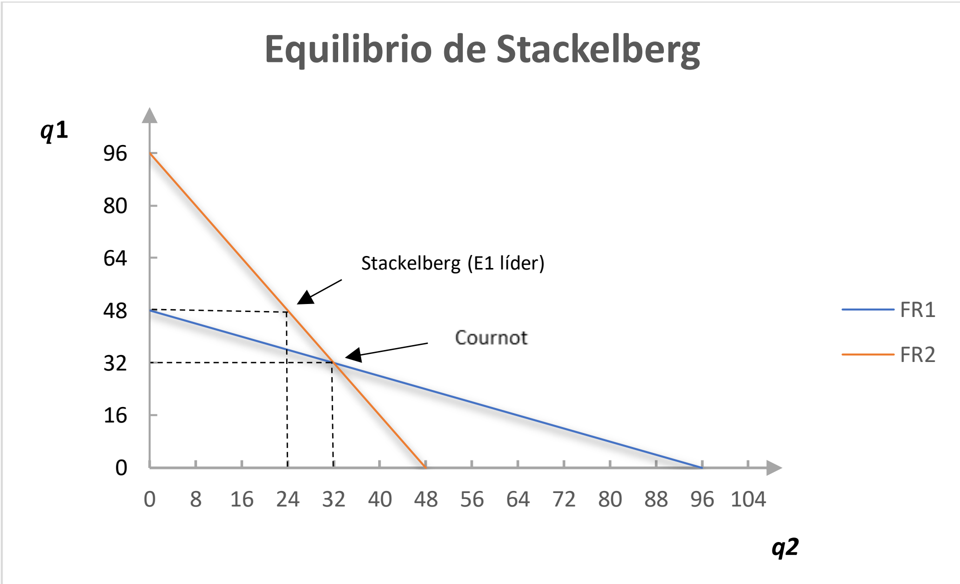

Ilustración 4. Equilibrio de Stackelberg

Fijándonos en el gráfico anterior, observamos que la empresa líder produce una cantidad que es igual a la ordenada en el origen de su curva de reacción (48 unidades), esto es una particularidad del modelo de Stackelberg. La empresa líder obtiene más beneficios en el equilibrio de Stackelberg que en el equilibrio de Cournot, en cambio, la empresa 2 (seguidora) obtiene ahora un beneficio menor que el que obtendría en Cournot.

c. Modelo de Bertrand[28]

Para este modelo, las hipótesis son las siguientes:

- ✓ Solo existen dos productores o empresas (análisis sencillo).
- ✓ Muchos consumidores.
- ✓ Existen barreras de entrada.
- ✓ El producto es homogéneo.
- ✓ Las empresas compiten por precio y no por cantidad.

[28] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L Microeconomía 7ª Ed...Op.Cit, 2009, p.523.

- ✓ Ambas empresas deciden de manera simultánea.

La diferencia fundamental que existe entre el modelo de Bertrand y el modelo de Cournot es que el de Cournot las empresas compiten por la cantidad a producir, mientras que en el de Bertrand compiten a la hora de fijar el precio al que van a vender sus productos.

Como en nuestras hipótesis el producto que comercializan las dos empresas es homogéneo, los consumidores compraran a una u a otra empresa en relación al precio del producto.

En un modelo de Bertrand en el que solo compiten dos empresas, pueden ocurrir tres situaciones distintas:

<u>1ª situación</u>

- ✓ El precio de la empresa 1 es superior al de la empresa 2.
- ✓ $P_1 > P_2$
- ✓ La empresa 2 se llevaría todo el mercado, y la empresa 1 no obtiene nada.

<u>2ª situación</u>

- ✓ El precio de la empresa 1 es inferior al de la empresa 2.
- ✓ $P_1 < P_2$
- ✓ La empresa 2 no se llevaría nada, y la empresa 1 obtiene todo el mercado.

<u>3ª situación</u>

- ✓ El precio de la empresa 1 es igual al de la empresa 2.
- ✓ $P_1 = P_2$
- ✓ Las dos empresas se repartirían la demanda del mercado a partes iguales.

Ahora bien, si nos encontramos en la primera situación o en la segunda, a largo plazo ambas acabarían en la tercera situación, ya que tanto la empresa 1 como la 2 tienen incentivos para fijar un precio inferior a su competidor y penetrar todo el mercado, por lo que si esas acciones se repitieran ambas empresas acabarían con un precio igual a la otra, y además esos precios serán igual a su coste marginal. Esto último que ocurriría sería el equilibrio de Bertrand, que a su vez es un equilibrio de competencia perfecta.

$$P_1 = P_2 = CMg$$

Tenemos que recordar que para las explicaciones de estos modelos estamos tomando costes marginales similares para las dos empresas.

Al igual que los anteriores modelos, vamos a utilizar un ejemplo para tratar de explicar de una forma clara y sencilla.

Partimos de los mismos valores iniciales que en el ejemplo de Cournot:

$$\circ\, Q = 100 - P \qquad \circ\, CT_1 = 4q_1 \qquad \circ\, CT_2 = 4q_2$$

$$P = 100 - q_1 - q_2$$

$$CMg_1 = 4 \qquad CMg_2 = 4$$

Con estos datos podemos calcular el precio de mercado y las cantidades que van a producir cada empresa.

$P = CMg \quad \rightarrow \quad P = 4$ - El precio debe de ser igual al coste marginal.

$Q = 100 - P$

$Q = 96$ - Sustituimos el precio en la función de demanda del mercado y obtenemos la cantidad total producida.

$Q = q_1 + q_2$

$q_1 = 48$

$q_2 = 48$ - Por último, calculamos la cantidad de producción de cada empresa.

Una vez conocido el precio y calculadas las cantidades que producen cada empresa, podemos saber cuántos beneficios obtienen cada empresa.

Empresa 1

$IT_1 = P * q_1 = 4 * 48 = 192$

$CT_1 = CMg_1 * q_1 = 4 * 48 = 192$

$Beneficios_1 = IT_1 - CT_1 = 192 - 192 = 0$

Empresa 2

$IT_2 = P * q_2 = 4 * 48 = 192$

$CT_2 = CMg_2 * q_2 = 4 * 48 = 192$

$Beneficios_2 = IT_2 - CT_2 = 192 - 192 = 0$

Observamos que ambas empresas obtienen beneficios nulos, esto es porque el precio al que venden sus productos es igual a su coste marginal. Como ya hemos dicho antes si el precio estuviera por encima de dicho coste, las empresas tendrían incentivos para seguir bajándolo hasta llegar a igualarlo al coste marginal. Si el precio se situara por debajo del coste marginal, la empresa obtendría perdidas, y no es racional pensar que esa situación sucediera. En nuestro ejemplo ambas empresas tienen el mismo coste marginal, pero si no fuera así y una tuviera un coste inferior a la otra, la empresa con mayores costes no podría competir con la otra, y sería la empresa con menores costes marginales la que se quedaría con todo el mercado. Pero como ya dijimos, hemos elegido un ejemplo con costes idénticos para poder realizar un análisis más sencillo.

La representación gráfica de este equilibrio de Bertrand (equilibrio en competencia perfecta) comparado con el equilibrio de Cournot es la siguiente:

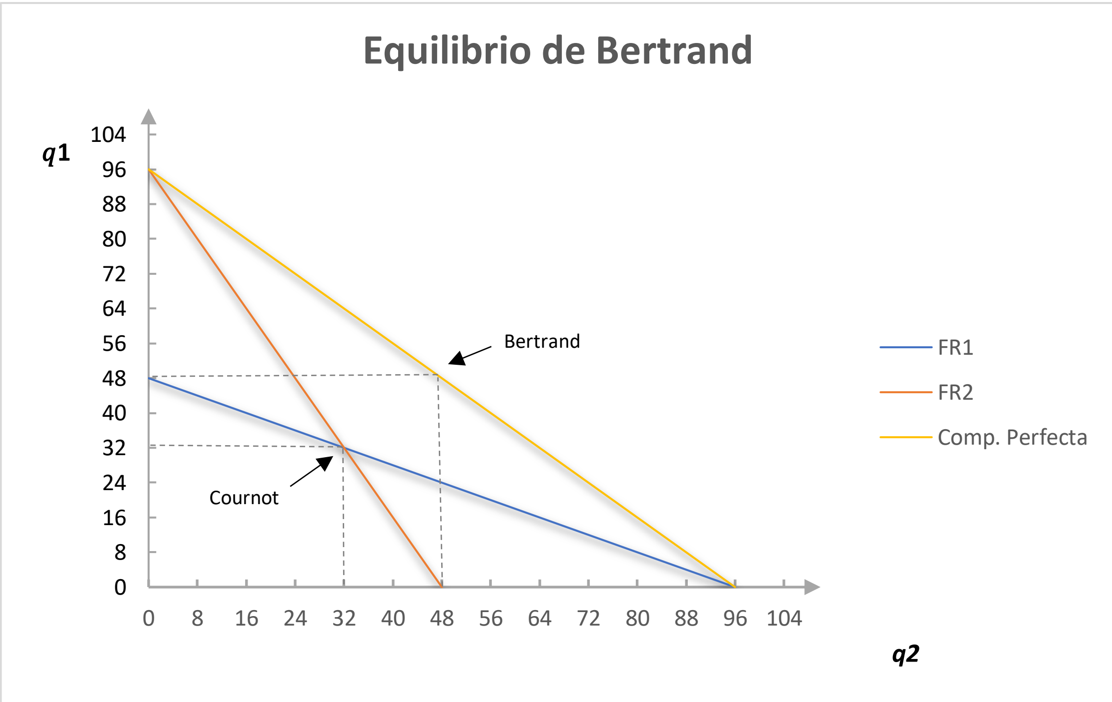

Ilustración 5. Equilibrio de Bertrand

En la anterior ilustración observamos que el punto de equilibrio de Bertrand se sitúa en unos niveles de producción mayores que en Cournot.

d. Colusión[29]

Las hipótesis son las siguientes:

- ✓ Solo existen dos productores o empresas (análisis sencillo).

[29] Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L Microeconomía 7ª Ed…Op.Cit, 2009, p.538.

- ✓ Muchos consumidores.
- ✓ Existen barreras de entrada.
- ✓ El producto es homogéneo.
- ✓ El precio del producto se obtiene mediante la oferta agregada de las dos empresas. De manera que mientras más oferten las empresas, menor será el precio. De igual forma, a menor oferta, mayor precio.
- ✓ Las empresas colaboran entre ellas, es decir, no compiten.

Este es el último caso que vamos a analizar, y en él, las empresas no compiten entre sí. Deciden coludir y actuar como si fueran una sola empresa, en una situación de monopolio.

En colusión las empresas deciden producir como si fueran una sola empresa, y al contrario que en los anteriores modelos, ya no actúan por separado al decidir cuál será el nivel de producción. Los cárteles son un ejemplo de colusión.

La colusión se considera desleal y es una práctica ilegal, aun así, numerosas empresas coluden.

Ahora pasaremos a explicarlo con el mismo ejemplo que estamos poniendo a lo largo de todo este apartado. Para ello, usaremos los mismos valores iniciales que el Cournot.

$$\circ\, Q = 100 - P \qquad \circ\, CT_1 = 4q_1 \qquad \circ\, CT_2 = 4q_2$$

$$P = 100 - q_1 - q_2$$

$$CMg_1 = 4 \qquad CMg_2 = 4$$

La maximización de los beneficios se obtiene cuando los ingresos marginales son iguales a los costes marginales. Si las dos empresas coluden, calculamos la cantidad total a producir y de ahí obtenemos el precio del producto.

$$IMg = CMg$$

$$IT = P * Q = 100Q - Q^2$$

$$IMg = 100 - 2Q$$

$$100 - 2Q = 4$$

$$Q = 48 \qquad P = 100 - 48 = 52$$

La cantidad total a producir son 48 unidades, que serán vendidas a un precio de 52 unidades monetarias. De las 48 unidades, cada empresa producirá 24 unidades.

Podemos observar que, en colusión, cada empresa produce menos que cuando no coluden, y de la misma forma, el precio en colusión es superior al precio cuando no estamos en colusión.

En la siguiente gráfica podemos ver como quedaría el equilibrio en colusión en comparación con el equilibrio de Cournot.

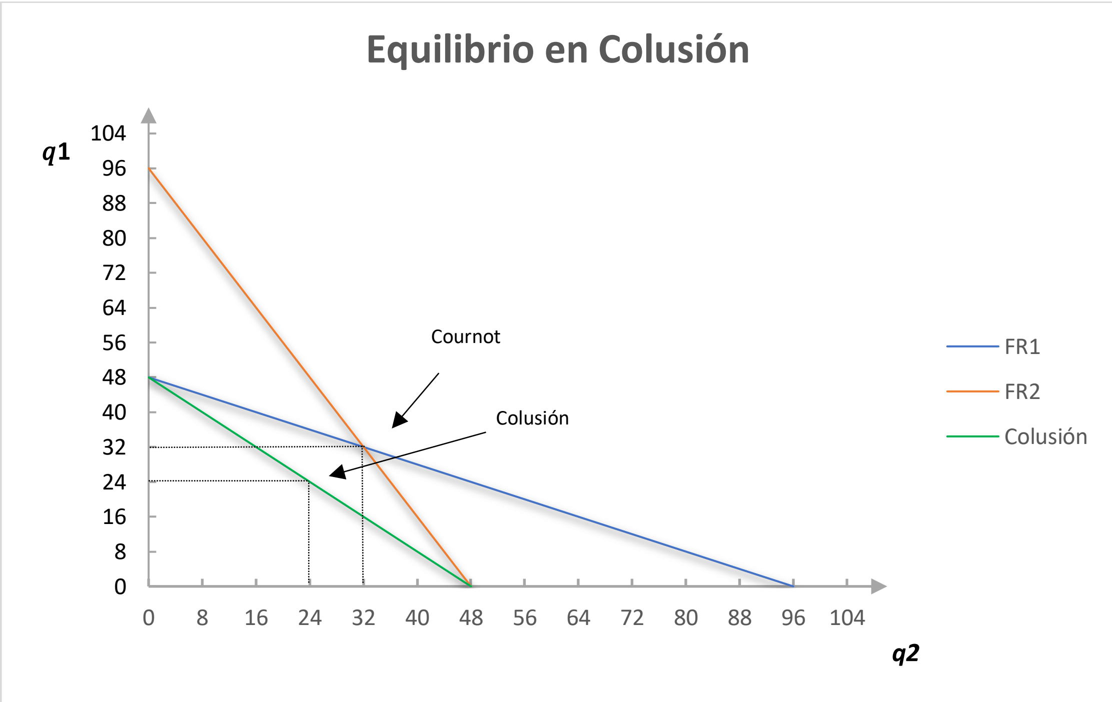

Ilustración 6. Equilibrio en Colusión

Ahora vamos a ver los beneficios que obtendrían las empresas si coludieran.

<u>Empresa 1</u>

$IT_1 = 52 * 24 = 1248$

$CT_1 = 4 * 24 = 96$

$Beneficios_1 = 1248 - 96 = 1152$

<u>Empresa 2</u>

$IT_2 = 52 * 24 = 1248$

$CT_2 = 4 * 24 = 96$

$Beneficios_2 = 1248 - 96 = 1152$

Vemos que las empresas obtienen mayores beneficios si deciden cooperar y coludir que si no.

Supongamos ahora que la empresa 2 quiere romper el acuerdo, pero no le dice nada a la otra empresa. La empresa 2, sabe que la 1 va a producir 24 unidades, así que introduce esas 24 unidades en su función de reacción para saber cuánto seria lo óptimo a producir. En la siguiente tabla vemos esto, y los beneficios que obtendrían cada empresa, si la empresa 2 decide romper el acuerdo.

Empresa 2 (rompe el acuerdo)

$$q_1 = 24$$

$$\mathbf{FR_2} \rightarrow q_2 = 48 - {}^{1}/_{2}\ q_1$$

$$q_2 = 48 - {}^{1}/_{2}\ (24) = 36$$

$$Q = 60 \qquad P = 100 - 60 = 40$$

Empresa 1

$$IT_1 = 40 * 24 = 960$$

$$CT_1 = 4 * 24 = 96$$

$$Beneficios_1 = 960 - 96 = 864$$

Empresa 2

$$IT_2 = 40 * 36 = 1440$$

$$CT_2 = 4 * 36 = 144$$

$$Beneficios_2 = 1440 - 144 = 1296$$

La empresa 1 baja sus beneficios incluso por debajo que, en el equilibrio de Cournot, mientras que la empresa 2 es cuando mayores beneficios obtiene.

Pero claro, cuando la empresa 1 se dé cuenta de que la empresa 2 ha roto el acuerdo, también romperá el acuerdo. Será entonces, cuando se volverá al equilibrio de Cournot, y, por lo tanto, al equilibrio de Nash.

Para demostrar esto, representamos en forma matricial todas las posibles opciones.

Modelo de Cournot		$Empresa_2$	
		Compite	Colude
$Empresa_1$	Compite	(1024 ; 1024)	(1296 ; 864)
	Colude	(864 ; 1296)	(1152 ; 1152)

Analizando lo anterior, la mejor respuesta de cada empresa en función de la acción que se espera que realice la otra empresa, es competir. Alcanzando así, los valores del equilibrio de Cournot, que es un equilibrio de Nash, ya que no hay ningún incentivo para salirse de este equilibrio.

En la matriz anterior hemos visto cual sería el equilibrio de Nash para dos empresas que pueden elegir entre coludir o competir según los beneficios del modelo de Cournot, y podemos comprobar, que la colusión no es un equilibrio de Nash para juegos de una etapa.

A continuación, vamos a analizar qué ocurriría en el modelo de Stackelberg en juegos de una etapa, si alguna de las dos empresas decidiera romper el acuerdo y no decirle nada a la otra empresa.

Si las dos empresas deciden coludir, cada una tendría que llevar al mercado 24 unidades, pero supongamos que la empresa 1 (líder) decide romper ese acuerdo y llevar al mercado la misma cantidad que llevaría en el caso de competir, que serían 48 unidades. Recordemos que en el modelo de Stackelberg, las empresas no actúan de manera simultánea, sino que la empresa seguidora actúa una vez la empresa líder ya ha actuado. Por tanto, en este caso, la empresa 2 (seguidora) sabrá que la empresa 1 ha decidido romper el acuerdo, así que añadirá esas 48 unidades a su función de reacción y obtendrán la cantidad optima que tendrá que llevar al mercado.

$$q_2 = 48 - {}^{1}\!/_{2}\ (48)$$

$$q_2 = 24$$

$$Q = 48 + 24$$

$$Q = 72$$

$$P = 100 - 72 = 28$$

La empresa 2 llevará al mercado 24 unidades, y los beneficios de cada empresa serán los siguientes:

<u>**Empresa 1**</u> **(líder)**

$IT_1 = 28 * 48 = 1344$

$CT_1 = 4 * 48 = 192$

$Beneficios_1 = 1344 - 192 = 1152$

<u>Empresa 2</u> (seguidora)
$IT_2 = 28 * 24 = 672$
$CT_2 = 4 * 24 = 96$
$Beneficios_2 = 672 - 96 = 576$

Ahora bien, que sucederá si es la empresa 2 (seguidora) la que decide romper el acuerdo y no coludir. La empresa 1 que es la que primero actúa, decide producir 24 unidades, pero la empresa 2 no va a coludir, y por lo tanto añade esas 24 unidades a su función de reacción y obtiene lo siguiente:

$$q_2 = 48 - {}^{1}\!/_{2}\ (24)$$

$$q_2 = 36$$

$$Q = 24 + 36$$

$$Q = 60$$

$$P = 100 - 60 = 40$$

La empresa 2 producirá 36 unidades, el precio de mercado será de 40 unidades monetarias, y los beneficios de cada empresa en el caso de que la empresa 2 (seguidora) decida no respetar el acuerdo son los siguientes:

<u>Empresa 1</u> (líder)
$IT_1 = 24 * 40 = 960$
$CT_1 = 4 * 24 = 96$
$Beneficios_1 = 960 - 96 = 864$

<u>Empresa 2</u> (seguidora)
$IT_2 = 36 * 40 = 1440$
$CT_2 = 4 * 36 = 144$
$Beneficios_2 = 1440 - 144 = 1296$

Ahora representaremos en forma matricial cuales serían los posibles pagos para ambas empresas según los beneficios observados en el modelo de Stackelberg con la empresa 1 como líder y la empresa 2 como seguidora.

Modelo de Stackelberg		$Empresa_2$ $(seguidora)$	
		Compite	Colude
$Empresa_1$ $(lider)$	Compite	(1152 ; 576)	(1152 ; 576)
	Colude	(864 ; 1296)	(1152 ; 1152)

Observando la matriz anterior, se puede ver que los pagos de la primera fila son exactamente los mismos tanto si la empresa 2 compite como si colude. Esa primera fila corresponde a cuando la empresa líder decide competir, y en ese caso, la empresa seguidora (empresa 2) como actúa después de su rival, no está coludiendo realmente, ya que sabe que la otra empresa va a competir, y ella realiza su mejor respuesta a dicha acción. Por lo tanto, en la casilla que corresponde a cuando la empresa 1 compite y la empresa 2 colude, lo que está sucediendo realmente es que la empresa 2 tampoco está coludiendo.

Puede observarse, que la intersección de las mejores respuestas de cada empresa en función de la acción que se espera que realice la otra empresa, nos da un equilibrio de Nash cuando la empresa líder decide competir y la empresa seguidora decide competir también; como hemos explicado antes, aunque la intersección de las mejores repuestas también nos dice que existe un equilibrio cuando la empresa 1 compite y la empresa 2 colude, hemos comprobado que la empresa 2 al no actuar de manera simultánea a la empresa 1, lo que hace realmente en esa intersección es competir, por lo tanto, el único equilibrio obtenido es cuando las dos empresas deciden competir.

Al igual que sucedió en el modelo de Cournot, hemos observado, que coludir no es un equilibrio de Nash en juegos de una etapa según el modelo de Stackelberg.

Ahora realizaremos la misma operación que antes, pero para el modelo de Bertrand. Como ya vimos, el modelo de Bertrand tiene una particularidad, y es que las empresas actúan de manera simultánea, pero aquí no compiten por cantidad, sino por precio. Y además, como los productos de cada empresa son homogéneos, la empresa que fije un precio menor, se llevará toda la cuota de mercado, mientras que la otra no se llevará nada.

Ya hemos visto, que si ambas empresas deciden competir, fijarían el precio al mismo nivel que su coste marginal, y por lo tanto, ambas empresas obtendrían beneficios nulos. De la misma manera, también hemos observado que si ambas deciden coludir, se repartirían el mercado a partes iguales, y obtendrían unos beneficios de 1152 unidades monetarias cada una.

Pero, ¿qué pasaría si en este modelo de Bertrand, una de las dos empresas decidiera no respetar el acuerdo de colusión? Evidentemente, nos referimos a que pasaría si el juego solo se jugara una vez, ya que si fuera un juego repetido, la empresa que si colude, se daría cuenta de que su rival no está coludiendo, y por tanto, tampoco ella coludiría, y se llegaría a una situación en la que ambas competirían y obtendrían beneficios nulos.

Pues bien, vamos a analizar esta situación. En colusión, cada empresa llevará 24 unidades al mercado, a un precio de 52 unidades monetarias cada una.

$$q_1 = 24$$

$$q_2 = 24$$

$$Q = 24 + 24 = 48$$

$$P = 100 - 48 = 52$$

Imaginemos ahora que la empresa 1 decide romper el acuerdo, y en piensa vender sus productos en una unidad monetaria más baja que su rival. Si esto sucediera, la empresa 1 se llevaría todo el mercado, mientras que la empresa 2 no obtendría ninguna parte del mercado. A un precio de 51, la empresa 1 producirá una cantidad de 49, y los beneficios de cada empresa en tal caso serían los siguientes:

<u>Empresa 1</u> (rompe el acuerdo)

$$P_2 = 52$$

$$P_1 = 51$$

$$q_1 = 100 - P_1 = 49$$

$$Q = q_1 = 49 \qquad P = 100 - 49 = 51$$

Empresa 1

$IT_1 = 51 * 49 = 2499$

$CT_1 = 4 * 49 = 196$

$Beneficios_1 = 2499 - 196 = 2303$

Empresa 2

$IT_2 = 0 * 24 = 0$

$CT_2 = 4 * 24 = 96$

$Beneficios_2 = 0 - 96 = -96$

La empresa 1 obtendría 2303 de beneficio si decidiera romper el acuerdo y fijar un precio de una unidad monetaria inferior al precio de colusión. Por su parte, la empresa 2 incurriría en unas pérdidas de 96, ya que su ingreso total sería de 0 al no poder obtener ninguna parte del mercado por tener un precio superior al de la empresa 1, y además, su coste total sería de 96, ya que ha respetado el acuerdo y ha llevado al mercado 24 unidades con un coste marginal de 4 u.m. por cada unidad producida.

A continuación, podemos ver una representación matricial de lo expuesto en cada caso del modelo de Bertrand.

Modelo de Bertrand		$Empresa_2$	
		Compite	Colude
$Empresa_1$	Compite	(0 ; 0)	(2303 ; - 96)
	Colude	(- 96 ; 2303)	(1152 ; 1152)

Puede observarse, que ambas empresas tienen como estrategia dominante competir, y que por lo tanto, existe un único equilibrio que se da cuando ambas empresas deciden competir y obtienen un beneficio de 0 u.m. cada una de ellas. Este equilibrio es a su vez un equilibrio de Nash, ya que ninguna de las dos empresas tiene una desviación provechosa.

Analizados los tres modelos anteriores, podemos obtener una conclusión clara, y es que en ninguno de los tres modelos, la colusión es un equilibrio de Nash, y por tanto, el comportamiento de colusión no debería de verse en el mercado, en juegos en los que los agentes son racionales (maximizan sus beneficios) y solo juegan una vez.

Para concluir este apartado de los modelos que explican el comportamiento de las empresas en el mercado, vamos a mostrar dos ilustraciones que comparan todas las situaciones explicadas anteriormente.

En la primera de las ilustraciones observamos los diferentes puntos de equilibrios y las cantidades que producen cada empresa en esos equilibrios.

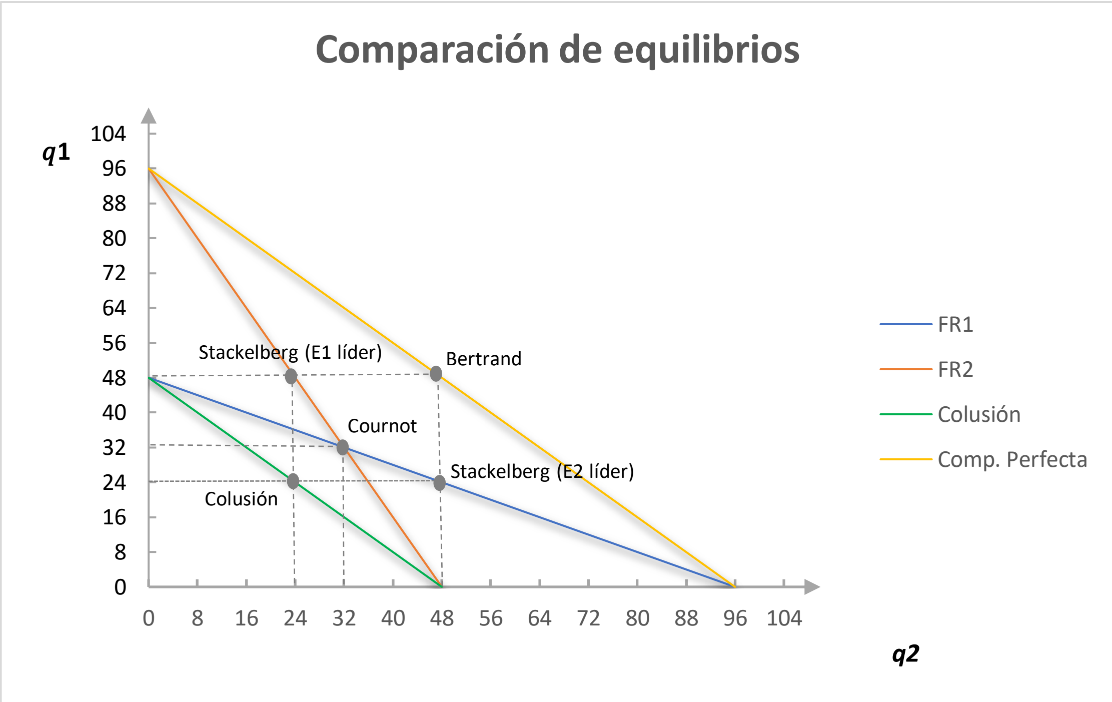

Ilustración 7. Comparativa de los diferentes equilibrios

En la segunda y última gráfica, mostramos los precios de mercado y las cantidades totales para dichos precios en cada uno de los diferentes modelos comentados anteriormente.

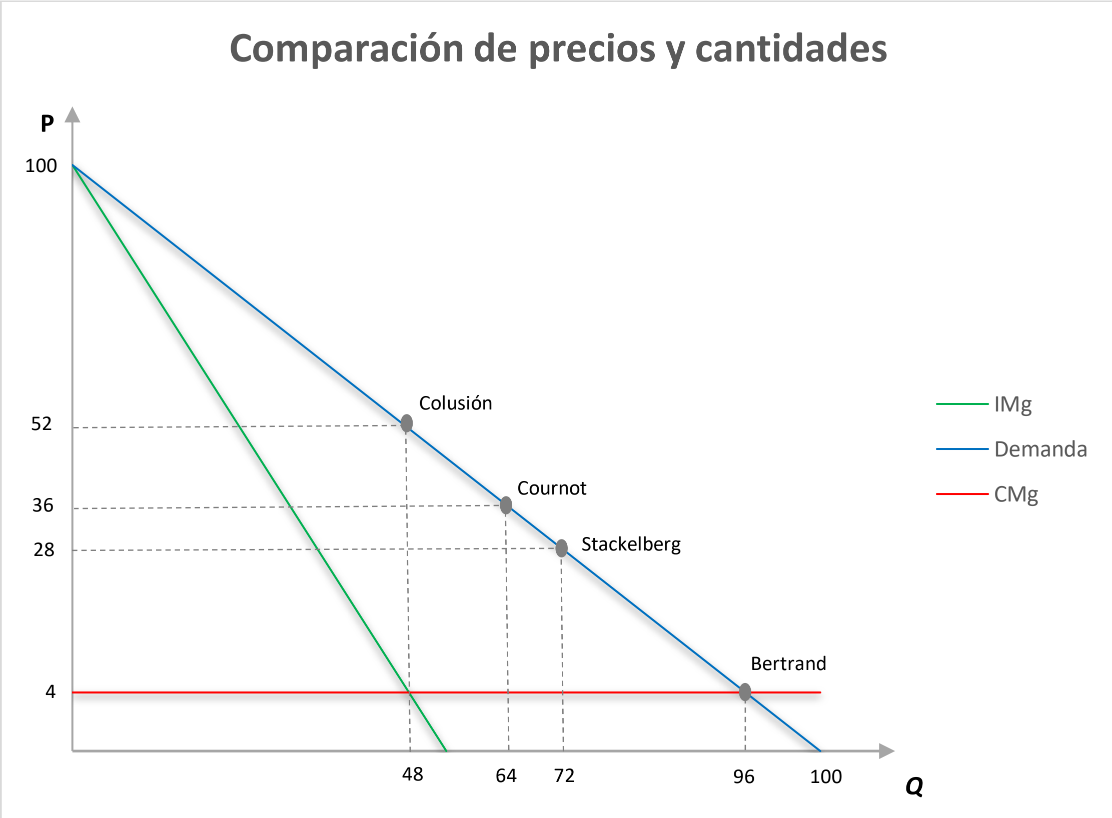

Ilustración 8. Comparativa de precios y cantidades en los diferentes modelos

En esta ilustración podemos observar varias cosas:

- ✓ El precio es mayor cuando las empresas coluden, y va disminuyendo en Cournot, Stackelberg y Bertrand sucesivamente.
- ✓ Por el contrario, las cantidades ofrecidas en el mercado son menores en colusión y aumentan hasta su máximo que se produce en el modelo de Bertrand.
- ✓ La colusión es la mejor opción para las empresas, ya que es cuando más beneficios obtienen. Pero es la peor de las opciones para los consumidores, porque es cuando hay menos oferta y los precios son más elevados.
- ✓ Los consumidores preferirán el equilibrio que se produce en el modelo de Bertrand (competencia perfecta), pero para las empresas el beneficio en ese punto es nulo ya que el precio es igual al coste marginal.
- ✓ Si las empresas compitieran y existiera una empresa líder que actuara primero, nos situaríamos en el punto de equilibrio del modelo de Stackelberg.
- ✓ Si las dos compitieran y además tomaran sus decisiones de manera simultánea, sin que hubiera ninguna líder, el punto de equilibrio sería el de Cournot, que como ya hemos explicado es un equilibrio de Nash, ya que, en ese punto ninguna de las dos empresas tiene incentivos para cambiar su nivel de producción.

- ✓ En juegos no repetidos, la colusión no es un equilibrio de Nash, sin importar que los beneficios de las empresas por competir sean mediante modelos de Cournot, de Stackelberg o de Bertrand.

4 Resultados: colusión en juegos repetidos

Como hemos visto en el apartado anterior, la colusión no es un equilibrio de Nash en juegos de una etapa. Por tanto, en la realidad, la colusión no debería de darse en los mercados.

La realidad es bien distinta, aunque no es una práctica legal y además es considerada como competencia desleal, en muchos oligopolios la colusión es la forma en la que las empresas interactúan entre ellas.

Pero entonces, si hemos dicho que las empresas son agentes racionales, y por lo tanto, buscan la maximización del beneficio, ¿Por qué juegan colusión, cuando no es lógico, ya que no es equilibrio de Nash?

En nuestros anteriores análisis de colusión para los diferentes modelos de comportamiento de las empresas en el mercado, hemos supuesto que las empresas participantes en el juego, solo tienen que jugar una vez. Pero esto no se ajusta a la realidad, ya que las empresas se enfrentan en la mayoría de sus situaciones a juegos repetidos con horizontes infinitos.

En este apartado, analizaremos la colusión en juegos repetidos para los modelos de Cournot y Stackelberg.

4.1.1 Cournot – Colusión

Para nuestro análisis partiremos de los mismos datos que hemos utilizado en el apartado de metodología.

<u>Cournot:</u>

- ✓ Tenemos un mercado con dos empresas que deciden la cantidad a producir $q_i \in A_i = [0,\infty)$
- ✓ Ambas empresas toman sus decisiones de manera simultánea.
- ✓ La función de demanda del mercado es $Q = 100 - P$, con $Q = q_1 + q_2$ y por tanto, $P = 100 - q_1 - q_2$
- ✓ Los costes totales de cada empresa son $CT_1 = 4q_1$ y $CT_2 = 4q_2$
- ✓ Y los costes marginales son idénticos para las dos empresas

$CMg_1 = CMg_2 = 4$

- ✓ El ingreso total de la empresa 1 es:

  $IT_1 = P\ q_1 = 100q_1 - q_1^2 - q_2\ q_1$
- ✓ El ingreso marginal es:

  $IMg_1 = 100 - 2\ q_1 - q_2$

La solución óptima para la competencia en Cournot es $IMg = CMg$, por lo tanto, las funciones de mejor respuesta para cada empresa son:

$\mathbf{FR_1}$ → $q_1 = 48 - {}^1\!/_2\ q_2$

$\mathbf{FR_2}$ → $q_2 = 48 - {}^1\!/_2\ q_1$

Con dichas funciones, la cantidad producida por cada empresa y el precio al que venderán sus productos será:

$$q_1 = q_2 = 32 \quad \text{y} \quad P = 36$$

Los beneficios son los mismos para la empresa 1 y para la empresa 2:

$$Beneficios_1 = Beneficios_2 = 1024$$

<u>Colusión</u>:

- ✓ Suponemos ahora que las dos empresas deciden coludir y producir como si fueran una sola empresa

  $IT = P * Q = 100Q - Q^2$
- ✓ El criterio de optimización es el mismo que en Cournot, $IMg = CMg$ por tanto, $100 - 2Q = 4$
- ✓ La cantidad total que producen entre las dos empresas es $Q = 48$, y el precio al que venden sus productos es $P = 100 - 48 = 52$
- ✓ Los beneficios que obtienen si coluden son:

$$Beneficios_1 = Beneficios_2 = 1152$$

<u>Romper el acuerdo</u>:

- ✓ Si una de las dos empresas decidiera romper el acuerdo y no coludir, sin avisar a la otra, los beneficios serían de 1296 para la empresa que rompe el acuerdo y de 864 para la que no lo rompe.

La matriz de pagos resultante de todo lo anterior será la siguiente:

Cournot - Colusión		$Empresa_2$	
		Compite	Colude
$Empresa_1$	Compite	(1024 ; 1024)	(1296 ; 864)
	Colude	(864 ; 1296)	(1152 ; 1152)

Se observa que el único equilibrio de Nash resultante se obtiene cuando ambas empresas compiten, por tanto, coludir no es equilibrio de Nash en un juego simultáneo. Este comportamiento no debería verse en el mercado, pero como ya hemos dicho, esto no sucede en la realidad, y las empresas si juegan colusión en el largo plazo.

En juegos repetidos las condiciones son las siguientes:

- ✓ $G = (\{1, 2\}, A_i , u_i : A_1 \times A_2 \longrightarrow)$
  Tenemos un juego con dos participantes, en el cual, cada jugador tiene unas ciertas acciones que puede jugar, y las cuales le reportan ciertos pagos.
- ✓ En la etapa t cada jugador i elige una acción $a_i^t \in A_i$, y recibe el pago correspondiente $u_i(a_1^t, a_2^t)$. Dicho pago es producto no solo de su acción, sino también de la acción jugada por el otro jugador.
- ✓ El pago en el largo plazo es $lim_{t\to\infty} \sum_{j=1}^{t} \delta^{\,t} u_i(a_1^j, a_2^j)$, donde $\{u_i(a_1^j, a_2^j)$,j ∈} es la secuencia de pares de acciones que eligen los jugadores y δ mide el factor de descuento.
- ✓ $0 \leq \delta \leq 1$

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	a_1^1	a_1^2	a_1^3	a_1^4
Jugador 2	a_2^1	a_2^2	a_2^3	a_2^4
Pago Jug 1	$u_1(a_1^1 , a_2^1)$	$u_1(a_1^2 , a_2^2)$	$u_1(a_1^3 , a_2^3)$	$u_1(a_1^4 , a_2^4)$
Pago Jug 2	$u_2(a_1^1 , a_2^1)$	$u_2(a_1^2 , a_2^2)$	$u_2(a_1^3 , a_2^3)$	$u_2(a_1^4 , a_2^4)$

Pago en el largo plazo del jugador 1:

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right)$$

<u>Competir en un juego repetido</u>:

En la siguiente matriz se muestran los pagos obtenidos si los jugadores decidieran competir durante todo el juego.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Competir	Competir	Competir	Competir
Jugador 2	Competir	Competir	Competir	Competir
Pago Jug 1	1024	1024	1024	1024
Pago Jug 2	1024	1024	1024	1024

Pago en el largo plazo del jugador 1 (similar para el 2):

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right) = \sum_{j=1}^{\infty}\delta^t 1024 = \frac{1}{1-\delta}1024$$

La función de pagos en el largo plazo es la misma para los jugadores, ya que cuando compiten los dos llevan la misma cantidad al mercado.

<u>Coludir en un juego repetido</u>:

Ahora vemos una matriz con los pagos obtenidos si los jugadores coluden durante todo el juego.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Coludir	Coludir	Coludir
Jugador 2	Coludir	Coludir	Coludir	Coludir
Pago Jug 1	1152	1152	1152	1152

Pago Jug 2	1152	1152	1152	1152

Pago en el largo plazo del jugador 1 (similar para el 2):

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right) = \sum_{j=1}^{\infty}\delta^t 1152 = \frac{1}{1-\delta}1152$$

Al igual que antes, la función de pagos en el largo plazo es idéntica para los dos jugadores.

<u>Desviación de la colusión</u>:

En este caso, se muestra la matriz de pagos que se obtiene si los jugadores hubieran acordado coludir, pero el jugador 2 rompe dicho acuerdo en la primera etapa del juego y obtiene unos beneficios superiores a los de la colusión, mientras que el jugador 1 obtendría beneficios bastante inferiores. Si esto sucede, el jugador 1 se daría cuenta, y en la siguiente etapa pasaría de coludir a competir, obteniendo otra vez el jugador 1 los mismos pagos que en Cournot.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Competir	Competir	Competir
Jugador 2	Competir	Competir	Competir	Competir
Pago Jug 1	864	1024	1024	1024
Pago Jug 2	1296	1024	1024	1024

Pago en el largo plazo del jugador 2:

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_2\left(a_1^j, a_2^j\right) = 1296 + \frac{\delta}{1-\delta}1024$$

Esta función sería igual para el jugador 1, si fuese este quien hubiese decidido romper el acuerdo.

<u>Condición de mejor respuesta: Nash</u>

Ahora vamos calcular cuánto tendría que ser el valor del factor de descuento δ para que coludir sea una mejor opción que desviarse para el jugador 2 (similar para el jugador 1).

$$\frac{1}{1-\delta}1152 \geq 1296 + \frac{\delta}{1-\delta}1024$$

$$\delta \geq \frac{144}{272} = 0{,}53$$

En el intervalo $0{,}53 \leq \delta < 1$, coludir es mejor opción que desviarse, pero la colusión no es legal, así que las empresas tendrán que buscar nuevas estrategias que les permitan ganar beneficios que estén lo más aproximado a su mejor condición:

$$\frac{1}{1-\delta}1152$$

Reparto de mercado:

En este caso, las empresas llegan a un acuerdo en el cual, yo coludo primero y tú compites, y luego lo hacemos al revés. Y así durante todo el juego.

Aunque en este caso también están acordando como si fuesen una sola empresa, y puede ser ilegal, es mucho más difícil de identificar, ya que en todos los periodos siempre hay una que esta compitiendo.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Competir	Coludir	Competir
Jugador 2	Competir	Coludir	Competir	Coludir
Pago Jug 1	864	1296	864	1296
Pago Jug 2	1296	864	1296	864

Pago en el largo plazo del jugador 1:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right) = 864 + 1296\delta + 864\delta^2 + 1296\delta^3 + \cdots = \frac{864 + 1296\delta}{1-\delta^2}$$

Ahora calcularemos entre que valores debe de estar el factor de descuento, para que los agentes prefieran repartirse el mercado antes que competir según los criterios del modelo de Cournot.

La condición de mejor respuesta del jugador 1 para dicho caso:

$$\frac{864 + 1296\delta}{1 - \delta^2} \geq \frac{1}{1 - \delta} 1024$$

$$\delta \geq \frac{160}{272} = 0{,}59$$

Obtenemos que el reparto de mercado será preferido antes que la competencia cuando el factor de descuento se encuentre en un intervalo $0{,}59 \leq \delta < 1$.

Estos datos nos explican porque las empresas juegan colusión en el largo plazo. Al actuar de manera racional y en búsqueda de maximizar beneficios, el hoy para mí, y mañana para ti que se propone en el reparto de mercado, es muy buen resultado para los dos agentes.

Por lo tanto, podemos decir que hemos obtenido una regla de oro que permite la explicación de la existencia de colusión en juegos repetidos bajo condiciones del modelo de Cournot.

4.1.2 Stackelberg – Colusión

Al igual que para el apartado anterior, para este análisis, también partiremos de los datos utilizado en el apartado de metodología.

<u>Stackelberg (empresa 1 líder):</u>

- ✓ Tenemos un mercado con dos empresas que deciden la cantidad a producir qi ∈ Ai = [0,∞)
- ✓ Hay una empresa líder (empresa 1) que actúa antes que la otra, empresa seguidora (empresa 2), es decir, la empresa seguidora actúa sabiendo que es lo que ha hecho la otra empresa antes.
- ✓ La función de demanda del mercado es $Q = 100 - P$, con $Q = q_1 + q_2$ y por tanto, $P = 100 - q_1 - q_2$
- ✓ Los costes totales de cada empresa son $CT_1 = 4q_1$ y $CT_2 = 4q_2$

- ✓ Y los costes marginales son idénticos para las dos empresas

  $CMg_1 = CMg_2 = 4$
- ✓ El ingreso total de la empresa 1 es:

  $IT_1 = P\ q_1 = 100q_1 - q_1^2 - q_2\ q_1$
- ✓ La empresa 1 al actuar como líder decide la cantidad que llevarán las dos al mercado, y para ello, introduce la función de reacción de la empresa seguidora en su función de ingresos totales:

  $IT_1 = 100q_1 - q_1^2 - \left(48 - {}^1\!/_2\ q_1\right) q_1$
- ✓ El ingreso marginal es:

  $IMg_1 = 52 - q_1$
- ✓ Para obtener la solución optima igualamos $IMg = CMg$, y obtenemos que la empresa 1 produce $q_1 = 48$
- ✓ La empresa 2 introduce dicha cantidad en su función de reacción, y obtiene cual es la mejor respuesta que puede dar a esa cantidad:

  $q_2 = 48 - {}^1\!/_2\ (48)$

  $q_2 = 24$
- ✓ La cantidad total producida y el precio será:

  $Q = 48 + 24 = 72$

  $P = 100 - 72 = 28$
- ✓ Con dichas cantidades y dicho precio, los beneficios obtenidos por cada empresa son:

$$Beneficios_1 = 1152$$
$$Beneficios_2 = 576$$

<u>Colusión</u>:

- ✓ Los beneficios que obtienen si coluden son:

$$Beneficios_1 = Beneficios_2 = 1152$$

<u>Romper el acuerdo</u>:

- ✓ El jugador 1 (líder) nunca podrá desviarse de la colusión sin que el jugador 2 (seguidor) lo sepa, ya que el jugador 2 juega después de que el jugador 1 ya haya jugado. Así que nunca podrá darse el caso en el que el jugador 1 compite y el jugador 2 colude, por tanto, si se llegara a ese punto, lo que estaría sucediendo realmente sería competir-competir.

- ✓ El único que puede romper el acuerdo es el jugador 2, y en ese caso, los beneficios que obtendrían cada empresa serían los siguientes:

$$Beneficios_1 = 864$$

$$Beneficios_2 = 1296$$

La matriz de pagos resultante de lo anterior es:

Stackelberg - Colusión		$Empresa_2$ $(seguidora)$	
		Compite	Colude
$Empresa_1$ $(lider)$	Compite	(1152 ; 576)	(1152 ; 576)
	Colude	(864 ; 1296)	(1152 ; 1152)

Puede observase que solo existe un equilibrio de Nash, y dicho equilibrio no es coludir, ya que como hemos explicado anteriormente, no existe la posibilidad de que la empresa líder compita y la seguidora coluda, ya que esta última juega después.

Competir en un juego repetido:

Si los dos jugadores compitieran durante todo el juego, el jugador 1 obtendría unos pagos de 1152 durante todas las etapas, y el jugador 2 unos pagos de 576.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Competir	Competir	Competir	Competir
Jugador 2	Competir	Competir	Competir	Competir
Pago Jug 1	1152	1152	1152	1152
Pago Jug 2	576	576	576	576

Pago en el largo plazo del jugador 1:

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right) = \sum_{j=1}^{\infty}\delta^t 1152 = \frac{1}{1-\delta}1152$$

Pago en el largo plazo del jugador 2:

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_2\left(a_1^j, a_2^j\right) = \sum_{j=1}^{\infty}\delta^t 576 = \frac{1}{1-\delta}576$$

Puede observarse que las funciones de pagos en el largo plazo son diferentes en cada jugador, ya que al contrario que sucedía en Cournot, aquí los jugadores no toman las decisiones de manera simultánea.

<u>Coludir en un juego repetido</u>:

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Coludir	Coludir	Coludir
Jugador 2	Coludir	Coludir	Coludir	Coludir
Pago Jug 1	1152	1152	1152	1152
Pago Jug 2	1152	1152	1152	1152

Pago en el largo plazo del jugador 1 (similar para el 2):

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_1\left(a_1^j, a_2^j\right) = \sum_{j=1}^{\infty}\delta^t 1152 = \frac{1}{1-\delta}1152$$

<u>Desviación de la colusión</u>:

Como ya hemos explicado, siempre hay una empresa que es líder, que juegue antes que la otra, ésta nunca podrá tener ninguna desviación de la colusión sin que su rival lo sepa.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Competir	Competir	Competir
Jugador 2	Competir	Competir	Competir	Competir

Pago Jug 1	864	1152	1152	1152
Pago Jug 2	1296	576	576	576

Pago en el largo plazo del jugador 2:

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=1}^{t}\delta^t u_2\left(a_1^j, a_2^j\right) = 1296 + \frac{\delta}{1-\delta}576$$

<u>Condición de mejor respuesta: Nash</u>

El jugador 1 (líder) nunca podrá desviarse de la colusión sin que el jugador 2 lo sepa, pero si puede suceder lo contrario, así que ahora vamos calcular cuánto tendría que ser el valor del factor de descuento δ para que coludir sea una mejor opción que desviarse para el jugador 2.

$$\frac{1}{1-\delta}1152 \geq 1296 + \frac{\delta}{1-\delta}576$$

$$\delta \geq \frac{144}{720} = 0{,}2$$

En el intervalo $0{,}2 \leq \delta < 1$, coludir es mejor opción para la empresa seguidora que desviarse.

Al igual que dijimos antes, la colusión no es legal, así que vamos a tratar de buscar nuevas estrategias para poder obtener dicha colusión y que le permita obtener beneficios que se sitúen lo más próximo a su mejor condición:

$$\frac{1}{1-\delta}1152$$

<u>Reparto de mercado</u>:

Imaginemos de nuevo un caso en el que las empresas llegan a un acuerdo en el que una colude primero y la otra compite, y luego al revés, y así todo el juego.

	t=1	t=2	t=3	t=4
Jugador 1	Coludir	Competir	Coludir	Competir
Jugador 2	Competir	Coludir	Competir	Coludir
Pago Jug 1	864	1152	864	1152
Pago Jug 2	1296	576	1296	576

Pago en el largo plazo del jugador 2:

$$\sum_{j=1}^{\infty} \delta^t u_2\left(a_1^j, a_2^j\right) = 1296 + 576\delta + 1296\delta^2 + 576\delta^3 + \cdots = \frac{1296 + 576\delta}{1 - \delta^2}$$

A continuación, realizaremos el calculo para conocer entre que valores debe de situarse el factor de descuento para que la empresa 2 prefiera repartirse el mercado antes que competir.

La condición de mejor respuesta de la empresa 2 (seguidora) para dicho caso:

$$\frac{1296 + 576\delta}{1 - \delta^2} \geq \frac{1}{1 - \delta} 576$$

$$\delta < 1$$

Como el intervalo que hemos obtenido es $0 \leq \delta < 1$, esto nos esta indicando, que la empresa seguidora siempre preferirá un reparto del mercado antes que competir contra la empresa líder.

Veamos ahora que resultado obtenemos para la empresa líder.

La condición de mejor respuesta de la empresa 1 (líder):

$$\frac{864 + 1152\delta}{1 - \delta^2} \geq \frac{1}{1 - \delta} 1152$$

$$\delta > 1$$

En este caso el factor de descuento se encuentra fuera del intervalo [0,1], lo cual nos indica que cuando nos situamos en un modelo de Stackelberg, en el que existe un jugador líder, dicho jugador nunca preferirá un reparto del mercado antes que competir. Por lo tanto, en juegos repetidos con empresa líder la colusión no es coherente.

5 Conclusiones

Con nuestra investigación pretendíamos obtener unos resultados que nos permitiesen conocer cuando es posible la colusión y cuando no.

Para ello, a lo largo del trabajo nos hemos ido sumergiendo en la teoría de juegos, desde sus comienzos, pasando por sus tipos de juegos, estrategias dominantes y dominadas, y llegando a unos aspectos fundamentales para la consecución de nuestro objetivo, como es el equilibrio de Nash y los diferentes modelos de comportamiento de las empresas en el mercado, como el modelo de Cournot, el de Stackelberg o el de Bertrand.

Gracias a este recorrido expuesto en el trabajo, podemos establecer las siguientes conclusiones:

- ✓ La teoría de juegos es de gran utilidad para poder conocer mejor como se llevan a cabo las tomas de decisión de las empresas, cuando éstas se enfrentan a situaciones de conflictos de intereses.
- ✓ Los intereses de las empresas y de los consumidores son intereses enfrentados. Esto ha podido observarse cuando hemos estudiado los diferentes modelos de comportamiento. Lo mejor para las empresas es la colusión, y lo peor es cuando compiten por precios según el modelo de Bertrand. Justo lo contrario pasa para los consumidores.
- ✓ Coludir no es equilibrio de Nash en juegos que solo tienen una etapa, es decir, si el juego es jugado una sola vez, el único equilibrio lógico y coherente se produce cuando ambas empresas compiten.
- ✓ Para juegos repetidos con horizonte temporal infinito en el que las empresas se enfrentan a pagos de competencia según el modelo de Cournot, en el cual las dos empresas actúan de forma simultánea, la colusión es una situación coherente para las empresas, ya que como hemos demostrado, el reparto del mercado produce mejores beneficios en el largo plazo tanto para una empresa como para la otra.
- ✓ Si en el juego existiera una empresa que actuase como líder (modelo de Stackelberg), la colusión nunca podría darse si dicha empresa actuase de manera racional y en búsqueda de la maximización de sus beneficios.

  La empresa seguidora siempre querrá llegar a un acuerdo con su competidora, y repartirse el mercado, pero esto no sería lógico y coherente, ya que la empresa que es líder nunca preferirá el reparto del mercado antes que competir, debido a que en la competencia obtiene unos beneficios en el largo plazo superiores a los que obtendría si se repartieran el mercado.

6 Referencias

Manales de textos:

Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. *Microeconomía Séptima Edición*, Pearson Educación S.A., Madrid, 2009.

Rufasto, Augusto. *Manual de Teoría de Juegos*, D.L. 822, Indecopi, Lima, 2003, 2004.

Samuelson, Paul A., Nordhaus, William D. *Economía Decimoctava Edición*, McGraw-Hill Interamericana, 2006.

Artículos y trabajos de investigación:

Cañizares, Enrique., Domínguez, Daniel; *Perspectiva Económica de la Colusión,* Economistas. PriceWaterhouseCoopers. https://frdelpino.es/investigacion/wp-content/uploads/2015/09/DE001-02_Perspectiva_economica_colusion-Varios_autores.pdf

González, Eduardo; *Análisis competitivo de la empresa,* Universidad de Oviedo. http://ocw.uniovi.es/pluginfile.php/1890/mod_resource/content/1/Tema_3_10.pdf

Hernández, Penélope; *Teoría de Juegos*, Universidad de Valencia.

Meca Martínez, Ana; *Génesis y evolución de la teoría de juegos. Sus orígenes en España*, Universidad Miguel Hernández de Elche. http://www.seio.es/BEIO/files/BEIOv22n1_IO_AMeca.pdf

Zapardiel, Clara., Colussi, Aldo; *La teoría de juegos y sus aplicaciones en la economía actual,* Universidad Pontificia Comillas, 2014. https://repositorio.comillas.edu/rest/bitstreams/1184/retrieve

Zipitría, Leandro; *Regulación Económica, Colusión,* Universidad de Montevideo, 2011. https://leandrozipitria.files.wordpress.com/2011/06/clase7.pdf

Páginas web:

https://ocw.unican.es/course/view.php?id=96&section=4

https://economipedia.com/definiciones/john-forbes-nash.html

https://policonomics.com/es/duopolio-cournot/

https://economipedia.com/definiciones/cartel.html