



**Instrucciones:** a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Se considera la función  $f: (-2\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \cos(x)}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

(b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

**Ejercicio 2.-** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$  para  $x \neq 1, -1$ .

(a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de  $f$ .

(b) [0,5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por  $(2, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$  de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2a & d + 3a & g \\ 2b & e + 3b & h \\ 2c & f + 3c & i \end{pmatrix}.$$

(b) [0,75 puntos] Si  $B$  es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz  $BA^{-1}$ .

**Ejercicio 4.-** Sea  $r$  la recta que pasa por el punto  $P(2, -2, -1)$  con vector director  $\vec{v} = (k, 3 + k, -2k)$  y sea  $\pi$  el plano de ecuación  $-x + 2y + 2z - 1 = 0$ .

(a) [0,5 puntos] Calcula el valor de  $k$  para que  $r$  sea paralela a  $\pi$ .

(b) [0,5 puntos] Calcula el valor de  $k$  para que  $r$  sea perpendicular a  $\pi$ .

(c) [1,5 puntos] Para  $k = -1$ , calcula los puntos de  $r$  que distan 3 unidades de  $\pi$ .



**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se sabe que la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c,$$

tiene un punto de inflexión para  $x = 1$  y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es  $y = -6x + 6$ . Calcula  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

**Ejercicio 2.-** Considera las funciones  $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \cos(x)$  y  $g(x) = \sin(x)$ .

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de  $f$  y de  $g$  en el intervalo  $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ .

**Ejercicio 3.-** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de  $a$  para los que el sistema dado por  $AX = 2X$  tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Para  $a = 0$ , si es posible, resuelve  $AX = 2X$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(-5, 3, 1)$  y la recta  $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

(a) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que pasa por  $P$  y contiene a  $r$ .

(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por  $P$  y corta perpendicularmente a  $r$ .